



Quantification des incertitudes de simulation d'écoulements dans les turbomachines

Dewandel Carl

Rapport final de stage de fin d'étude

Encadrant ISAE : M. Guillaume DUFOUR
Encadrant CERFACS : M. Nicolas GOURDAIN

Le 13 septembre 2011

Table des matières

1	Introduction	6
2	Etat de l'art	8
2.1	Echantillonnage	8
2.1.1	Méthode de Monte-Carlo	8
2.1.2	Latin hypercube	9
2.1.3	Echantillonnage structuré	9
2.1.4	Echantillonnage adaptatif	10
2.2	Méthode d'interpolation	11
2.2.1	Interpolation lagrangienne	11
2.2.2	Polynômes du Chaos	13
2.2.3	Spline cubique	14
2.2.4	Kriging	14
2.3	Méthode intrusive	15
2.4	Futurs développements	15
3	Cas test : LS89	17
3.1	Physique de l'écoulement	17
3.2	Modèles de Turbulence	20
3.2.1	Modèles de turbulence	20
3.2.2	Modèles de transition	20
4	Echantillonnage structuré : Mise en œuvre	22
4.1	Choix des abscisses de collocation	22
4.2	Interpolation lagrangienne	23
4.3	Polynômes du chaos	24
4.4	Spline cubique	26
4.5	Kriging	27
4.6	Interpolation lagrangienne limitée	27
5	Echantillonnage adaptatif	30
5.1	Reconstruction Polynomiale	30
5.2	Reconstruction par Kriging	32
6	Exploitation des résultats	37
6.1	Comparaison des méthodes	37
6.2	Sens physique associé aux fluctuations	37
7	Conclusion	43

Table des figures

2.1	Echantillonnage aléatoire	9
2.2	Echantillonnage Latin Hypercube	10
2.3	Exemple de cubature	10
2.4	Echantillonnage raffiné	11
2.5	Interpolation de Lagrange	11
2.6	Facteur de Lagrange	12
2.7	Phénomène de Runge	12
2.8	Phénomène de Runge stabilisé par une interpolation sur des abscisses de quadrature	12
2.9	Liste des dix premiers polynômes de Legendre	13
3.1	Profil de l'aubage de turbine utilisé pour le cas test LS89	17
3.2	Variation relative de la masse volumique - visualisation du choc	18
3.3	Transition laminaire-turbulent	19
3.4	Flux de chaleur à l'extrados avec un taux de turbulence de 8% et un Reynolds turbulent de 50	19
3.5	Modèle de turbulence SST	20
4.1	Echantillonnage de Clenshaw-Curtis de 17 par 17 points	23
4.2	Erreur de Runge sur une interpolation lagrangienne réalisée en $\tau_{turb} = 6\%$ sur neuf points	24
4.3	Oscillation dans une décomposition par polynômes du chaos jusqu'à l'ordre 32 réalisée en $\mathfrak{R}_{turb} = 100\%$ sur 17 points	25
4.4	Interpolation par splines cubiques réalisée en $u = 6\%$	26
4.5	Reconstruction lagrangienne limitée à un stencil à quatre points avec $\tau_{turb} = 6\%$ sur 17 points	27
4.6	Reconstruction lagrangienne limitée à un stencil à quatre points avec $\tau_{turb} = 6\%$ sur 9 points	28
4.7	Reconstruction lagrangienne limitée à un stencil à quatre points avec $\tau_{turb} = 6\%$ sur 5 points	29
5.1	Reconstruction adaptative par polynôme complet sur une fonction test	31
5.2	Reconstruction adaptative par polynôme complet sur une fonction test - visualisation de l'échantillonnage	32
5.3	Reconstruction adaptative par polynôme complet sur une fonction test - visualisation de la convergence de la surface	33
5.4	Reconstruction adaptative par polynôme complet sur l'abscisse de transition laminaire-turbulent	34

5.5	Reconstruction adaptative par kriging sur l'abscisse de transition laminaire-turbulent	35
5.6	Disposition des points associés à une reconstruction adaptative par kriging	36
6.1	Convergence des résidus de la moyenne en fonction du nombre de points utilisés pour les trois méthodes	38
6.2	Convergence des résidus de la variance en fonction du nombre de points utilisés pour les trois méthodes	39
6.3	Flux de chaleur sur l'extrados en W/m^2	40
6.4	Flux de chaleur sur l'intrados en W/m^2	42

Je tiens à remercier en premier lieu monsieur Nicolas Gourdain et Jean-François Boussuge pour m'avoir accueilli dans l'équipe CFD du CERFACS.

Et je remercie à nouveau mon maître de stage Nicolas Gourdain pour sa grande disponibilité et ses conseils indispensables à l'avancement de ce projet mais également monsieur Guillaume Puigt et monsieur Jean-Christophe Jouhaud.

Mes remerciements s'adressent également aux doctorants et stagiaires qui m'ont permis de réaliser mon stage dans d'agréables conditions.

Chapitre 1

Introduction

Certains paramètres d'entrée dans une simulation ne sont pas connus exactement, le mach d'entrée, la pression de sortie, un coefficient associé au modèle de turbulence, un profil géométrique, etc.

Ceci engendre des variations dans les résultats et lorsque ceux-ci sont très sensibles, par exemple lorsque le cas test présente une transition laminaire-turbulent, lorsque une recirculation passe du bord d'attaque au bord de fuite ou toutes autres situations équivalentes à un changement brutal au niveau de l'écoulement, le résultat de la simulation peut alors être totalement différent. L'objectif de ce stage est donc de construire un outil robuste et rapide permettant d'évaluer une surface de réponse engendrée par la fluctuation des paramètres. Une distribution de probabilité sera donc réalisée sur l'espace des solutions et une projection de cette distribution sur un paramètre permettra de quantifier l'influence de ce dernier.

Remarquons ici la différence fondamentale entre l'optimisation et la quantification d'incertitude. L'optimisation repose sur un domaine de départ où les variables sont choisies au moment de la conception. L'objectif n'est pas alors de déterminer les pires situations dans l'espace d'arrivée mais de trouver un point correspondant au cahier des charges. D'autres méthodes sont alors développées, notamment par des méthodes de gradient. La quantification d'incertitude cherche à déterminer l'influence de paramètres non ajustables lors de la conception bien que certaines variables peuvent à la fois être issues de l'optimisation et entachées d'erreur induisant une influence importante sur la variable de sortie.

Sur certains points, la quantification d'incertitude peut également ajouter une nouvelle dimension à l'optimisation. La recherche d'un optimum par la méthode des gradients induit bien souvent la découverte de plusieurs extremums locaux. Une exploration des variables par quantification est alors nécessaire afin de déterminer si l'extremum local obtenu est "robuste", ou que le design retenu ne soit pas trop "pointu" et reste acceptable lorsque des fluctuations non maîtrisés viennent influencer le résultat. Cela suppose également la détermination d'une fonction de distribution de probabilité pour chaque paramètre, les variables pouvant être corrélées entre elle ou non.

Il est donc important de connaître l'influence d'un système à la fluctuation de paramètres d'entrée. Le besoin de comparer plusieurs techniques devient plus évident lorsque le processus d'acquisition de la variable de sortie après avoir fixé les variables d'entrée est coûteux en temps, ce qui est de plus en plus le cas dans les configurations complexes de la simulation numérique. Un échantillonnage minimaliste permettant de reconstituer les fluctuations de la variable de sortie par rapport aux fluctuations des variables d'entrée est alors désiré pour limiter le coût de l'étude.

Chapitre 2

Etat de l'art

Afin de connaître l'impact de la fluctuation de plusieurs paramètres d'entrée sur le résultat d'une simulation numérique, plusieurs méthodes sont envisagées. Suite à la lecture de la documentation citée, deux distinctions peuvent être faites.

Il faut tout d'abord réaliser une distinction entre les méthodes à échantillonnage fixe et celle où l'échantillonnage évolue. Les premières utilisent préférentiellement les points de quadrature afin d'évaluer au mieux les fluctuations de la fonction étudiée. Ces points sont donc fixent et déterminés à priori.

D'un autre côté, les échantillonnages adaptatifs reposent sur une évaluation de l'erreur sur le domaine afin de rajouter des points ; l'erreur est considérée comme grande.

Certaines méthodes de reconstruction, comme l'utilisation des polynômes du chaos, sont liées par leur définition à leur échantillonnage. A l'inverse, l'échantillonnage adaptatif dépend principalement de la quantification de l'erreur et donc de la reconstruction. Les techniques d'échantillonnage étant parfois dépendante parfois non, le chapitre suivant répertoriera les différentes particularités de ces techniques.

2.1 Echantillonnage

2.1.1 Méthode de Monte-Carlo

Cette méthode fait un tirage aléatoire (figure 2.1) dans tout le domaine des variables afin de se constituer une base de valeur. Elle a l'avantage d'être robuste en toutes circonstances, de ne délaïsser aucune région du domaine, à priori, d'être facile à mettre en œuvre mais a le désavantage d'avoir une convergence en $\frac{1}{\sqrt{n}}$ [1]. Cette technique n'est donc pas à proprement parler associée à une reconstruction. Elle sera la force brute de référence grâce à laquelle nous comparerons les autres méthodes, notamment au niveau de la convergence des moments statistiques.

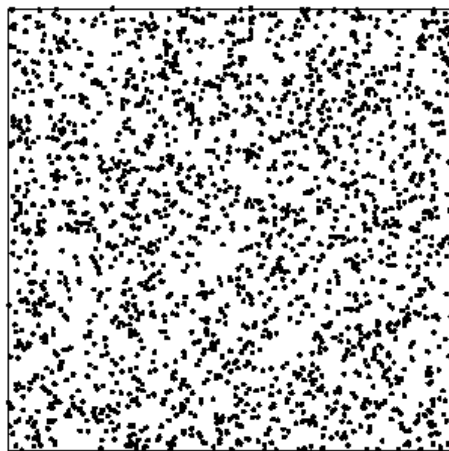


FIG. 2.1 – Echantillonnage aléatoire

2.1.2 Latin hypercube

Un hypercube est construit dans l'espace des paramètres ou chaque sous-hypercube ainsi construit a une probabilité égale d'occurrence (figure 2.2). Un tirage aléatoire est alors réalisé dans ce cube de telle manière qu'aucun couple d'échantillon ne prenne la même valeur pour un même paramètre. Différentes combinaisons sont alors explorées jusqu'à la convergence [3]. Cette technique a été spécialement implémentée pour l'exploration d'un domaine de paramètre d'entrée comportant un nombre élevé de dimensions. Elle s'est montrée significativement plus rapide que la méthode de Monte Carlo mais aucune trace de comparaison avec les méthodes suivantes n'a été citée dans la littérature explorée à ce jour.

La différence entre la méthode de Monte Carlo et le Latin hypercube s'apprécie d'autant plus en travaillant sur un grand nombre de variables d'entrée.

2.1.3 Echantillonnage structuré

Ces méthodes sont basées sur les techniques d'intégration utilisant des points particuliers de l'intervalle considéré (figure 2.3) et les affectant d'une pondération propre à la méthode comme par exemple avec la méthode de quadrature de Gauss-Legendre.

Un échantillonnage structuré avec un pas constant rentrerait également dans cette catégorie mais elle comporte plusieurs problèmes par rapport aux méthodes de quadrature plus évoluées. Tout d'abord, la convergence d'une intégrale sur le domaine est plus faible et la possibilité de réaliser une intégrale dans le domaine est nécessaire pour certaines méthodes comme les polynômes du chaos. Une intégration sur le domaine est également nécessaire par la suite afin de connaître les moments statistiques ou d'autres variables.

Ces méthodes de quadrature engendrent une répartition déterministe des

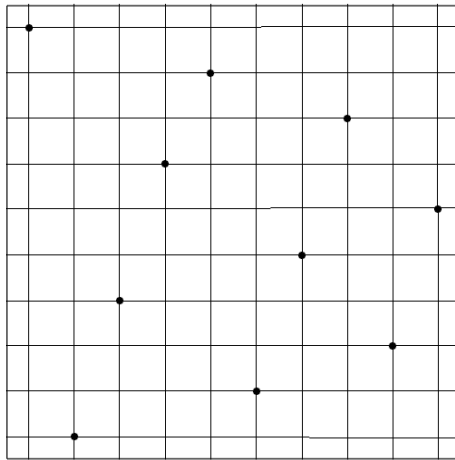


FIG. 2.2 – Echantillonnage Latin Hypercube

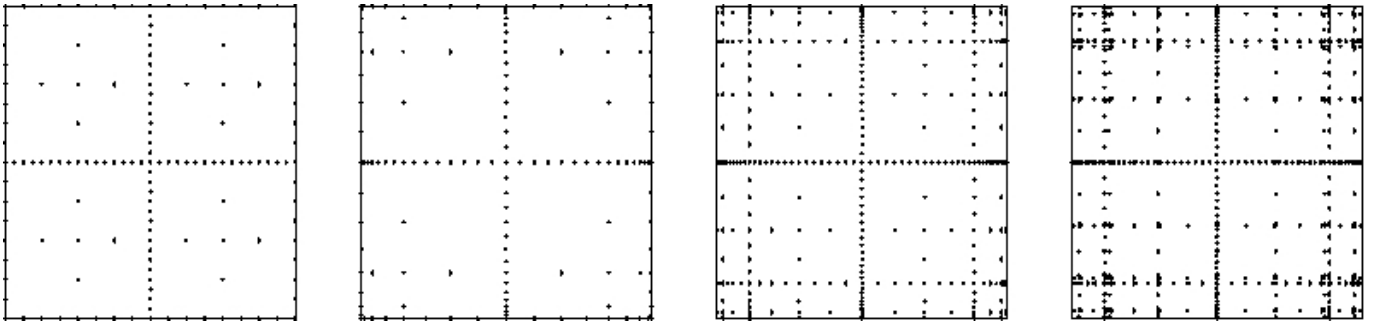


FIG. 2.3 – Exemple de cubature

points dans le domaine des variables, cela peut entraîner des problèmes de conditionnement de matrice ou de direction privilégiée dans la résolution [11]. De plus, comme la répartition des points est prédéterminée, la complexité de la fonction à capturer sur le domaine n'entrera pas en compte contrairement à l'échantillonnage adaptatif.

En multidimensionnel, la quadrature peut être une tensorisation des abscisses des différentes méthodes ou une technique de cubature grâce à laquelle, il est possible de diminuer l'effet d'augmentation exponentiel du nombre de points nécessaires lorsque le nombre de variables augmente.

2.1.4 Echantillonnage adaptatif

Le principe est ici d'enrichir l'échantillonnage à l'endroit le plus opportun, suivant la technique utilisée. Le risque de ce genre de méthode est de se focaliser sur une zone sans affiner le reste du domaine.

Dans ce contexte, plusieurs méthodes de reconstruction vue par la suite pourront évaluer la différence entre une reconstruction composée de N points et une

reconstruction composée de $N+1$ points. Cette façon de déterminer le point où l'erreur est maximale peut également être couplée, de manière alternée, à un rajout de point où l'échantillonnage est le plus lâche, couplant alors un échantillonnage adaptatif réalisé à la fois suivant la capture de l'espace d'arrivé mais également de l'espace de départ.

L'échantillonnage adaptatif permet également de limiter l'explosion combinatoire engendrée lorsque le nombre de dimensions augmente. [4]

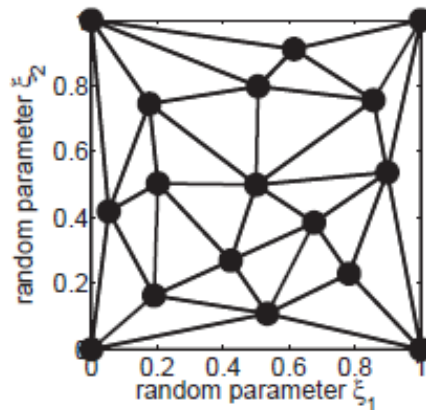


FIG. 2.4 – Echantillonnage raffiné

2.2 Méthode d'interpolation

2.2.1 Interpolation lagrangienne

$$L(X) = \sum_{j=0}^n y_j \left(\prod_{i=0, i \neq j}^n \frac{X - x_i}{x_j - x_i} \right)$$

FIG. 2.5 – Interpolation de Lagrange

Cette méthode utilise un polynôme d'interpolation passant exactement par une série de points (2.5). Le nombre de degré de liberté associé au polynôme étant directement lié au nombre de point utilisé, aucun degré de liberté supplémentaire n'étant injecté dans le système. L'ordre du polynôme est donc inférieure d'une unité au nombre de points utilisés. La formulation du polynôme est rendue automatique par l'utilisation des facteurs de Lagrange (2.6).

Ce type d'interpolation est particulièrement sensible au phénomène de Runge lorsque l'ordre du polynôme augmente (figure 2.7). Ce comportement peut être atténué par l'utilisation d'abscisses de quadrature. Celles-ci étant plus rapprochées aux limites du domaine, elles permettent de mieux capter les gradients

$$l_i(X) = \prod_{j=0, j \neq i}^n \frac{X - x_j}{x_i - x_j} = \frac{X - x_0}{x_i - x_0} \dots \frac{X - x_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \frac{X - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} \dots \frac{X - x_n}{x_i - x_n}$$

FIG. 2.6 – Facteur de Lagrange

aux limites du domaine (figure 3.1). Cela réduit significativement l'effet des erreurs de Runge car les erreurs de l'interpolation polynomiale s'infiltrent par les limites du domaine, elles sont ensuite accentuées par la grande continuité induite dans le polynôme d'ordre élevé.

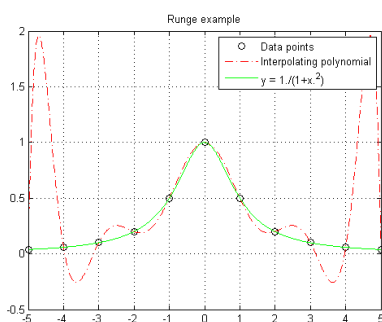


FIG. 2.7 – Phénomène de Runge

Néanmoins, lorsque l'ordre du polynôme augmente fortement et que la fonction évaluée présente de forte discontinuité, le phénomène de Runge peut apparaître malgré l'utilisation d'abscisses de quadrature [2].

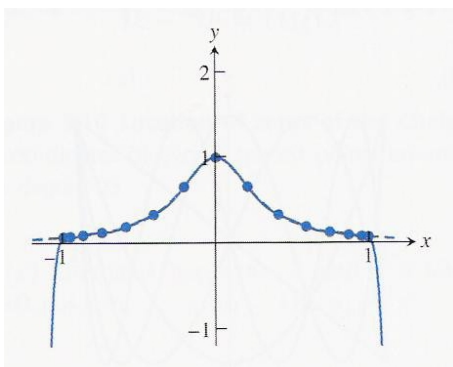


FIG. 2.8 – Phénomène de Runge stabilisé par une interpolation sur des abscisses de quadrature

2.2.2 Polynômes du Chaos

Egalement appelée méthode de collocation stochastique, Sa variante de base ne permet pas de traiter les distributions autres que gaussiennes mais sa variante généralisée palie à ce problème [8]. Cette technique utilise une décomposition en des polynômes orthogonaux (2.9) de la fonction afin d'interpoler la solution dans l'espace des paramètres, ces polynômes étant des polynômes de Legendre. Elle utilise un échantillonnage structuré basé sur des abscisses de quadrature et est capable d'estimer l'erreur commise pour un ordre du développement utilisé. Les polynômes de Gauss-Tchebychev, formant également une base de polynômes orthogonaux, peuvent également être utilisés. Les points de quadrature sont ici utilisés pour évaluer la projection de la fonction cible sur la base de polynômes orthogonaux car cette étape se concrétise par une série d'intégrale réalisée par quadrature.

$$\begin{aligned}
 P_0(x) &= 1 \\
 P_1(x) &= x \\
 P_2(x) &= \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \\
 P_3(x) &= \frac{1}{2}(5x^3 - 3x) \\
 P_4(x) &= \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3) \\
 P_5(x) &= \frac{1}{8}(63x^5 - 70x^3 + 15x) \\
 P_6(x) &= \frac{1}{16}(231x^6 - 315x^4 + 105x^2 - 5) \\
 P_7(x) &= \frac{1}{16}(429x^7 - 693x^5 + 315x^3 - 35x) \\
 P_8(x) &= \frac{1}{128}(6435x^8 - 12012x^6 + 6930x^4 - 1260x^2 + 35) \\
 P_9(x) &= \frac{1}{128}(12155x^9 - 25740x^7 + 18018x^5 - 4620x^3 + 315x) \\
 P_{10}(x) &= \frac{1}{256}(46189x^{10} - 109395x^8 + 90090x^6 - 30030x^4 + 3465x^2 - 63)
 \end{aligned}$$

FIG. 2.9 – Liste des dix premiers polynômes de Legendre

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \sum_{k=2}^n \beta_k \cdot P_k(x) \\
 \beta_k &= \|P_k\|^2 \cdot \int_a^b f(x) \cdot P_k(x) dx
 \end{aligned}$$

Avec :

- β_k : La projection de la fonction f sur le polynôme P_k
- $\|P_k\|^2$: La norme du polynôme P_k définie comme une intégrale de la fonction multipliée par elle même sur le domaine.
- $f(x)$: La fonction projetée

2.2.3 Spline cubique

Contrairement à l'interpolation lagrangienne, l'interpolation par spline cubique subdivise l'intervalle étudié en segment délimité par deux points où la fonction est connue exactement. Un polynôme du troisième degré est alors mis en équation sur ce segment. Afin de fermer ce système qui contient plus de degrés de liberté que de contraintes, une continuité de pente est introduite à l'interface des segments. Il ne reste alors plus que deux degrés de liberté associées aux conditions aux limites. Les différentes manières d'imposer ces conditions aux limites distinguent les différents types de spline cubique comme les splines dites "naturelles" ou "dérivée".

Lorsque ce choix de conditions aux limites est réalisé, un système fermé d'équations est obtenu. Les variables sont alors les dérivés secondes associées à chaque segment. Ce système étant tridiagonale, il peut également subir une technique de résolution par factorisation matricielle permettant d'accélérer la résolution du système [2].

2.2.4 Kriging

Le kriging est une méthode d'interpolation basée sur la corrélation statistique entre un point où l'on désire estimer la fonction et l'ensemble des points où la fonction est connue. La valeur de la fonction en le point cible est alors déterminée par une pondération des valeurs des autres points suivant un variogramme déterminant l'influence d'un point de l'espace sur l'autre.

La difficulté au niveau de cette interpolation est alors reporté sur le choix de la fonction associée au variogramme car cette fonction détermine directement le poids associé aux points proches et aux points éloignés.

Néanmoins, cette méthode est reconnue comme étant le meilleur estimateur linéaire non biaisé [14].

$$\gamma(x_1, x_2) = e^{-(x_1 - x_2)/a}$$

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \cdots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n, x_1) & \cdots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma(x_1, x^*) \\ \vdots \\ \gamma(x_n, x^*) \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{Z}(x^*) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} Z(x_1) \\ \vdots \\ Z(x_n) \end{pmatrix}$$

Avec :
 $\gamma(x_1, x_2) = e^{-(x_1 - x_2)/a}$: Variogramme

x^* : Point où la solution est estimée
 $Z(x)$: Solution en x
 λ_i : Facteur de pondération
 μ : Degré de liberté supplémentaire injecté dans le système

2.3 Méthode intrusive

Il est possible d'envisager une méthode intrusive en résolvant les équations de Navier-Stokes permettant d'obtenir les gradients de la solution par rapport à un ou plusieurs paramètres. Cela permettrait d'avoir une surface de réponse plus précise avec moins de points utilisés mais cela nous éloignerait de l'objectif du stage consistant à ne pas être intrusif au niveau du code. Cette méthode ne sera donc pas explorée même si elle peut donner à priori de meilleurs résultats puisqu'il est possible de récupérer les gradients en plus de la simple valeur de la fonction, cela affinerait donc bien plus rapidement la reconstruction.

2.4 Futurs développements

Afin de comparer ces méthodes et d'évaluer leur convergence, il faut une base de données balayant l'espace des variables. Un balayage aléatoire est nécessaire pour la méthode de Monte Carlo et celui-ci pourra être réutilisé pour la méthode de collocation stochastique SIMPLEX et pour l'échantillonnage du Latin hypercube. Ces calculs peuvent donc être lancés dès que le cas, le modèle et la plage de variation des paramètres seront fixés. Pour la méthode de collocation stochastique, le choix des polynômes caractéristiques, de leur ordre, détermineront les points d'interpolation et donc l'échantillonnage à réaliser. De ce point de vue, les abscisses de Clenshaw-Curtis partent avec un avantage.

Tout couplage potentiel entre tout ou partie de plusieurs méthodes ne doit pas être écarté. Certaines méthodes ne sont en effet qu'une technique d'échantillonnage alors que d'autres sont des techniques d'interpolations.

Il a également été relevé dans la littérature que les intervalles de certitude sont mieux centrés par rapport à l'expérience lors d'une comparaison entre LES et RANS [5].

On peut envisager l'implémentation des méthodes suivantes :

- Monte-Carlo
- Abscisses de collocation / Méthodes de reconstruction
- Echantillonnage adaptatif / Méthodes de reconstruction

Pour comparer ces différentes méthodes, le cas suivant va maintenant être testé afin de quantifier les avantages sensibles qu'il peut y avoir au niveau de la convergence des moments statistiques entre les différentes méthodes. La

première méthode étant considérée comme la force brute et comme référentiel, la seconde classe de méthodes étant destinée à quantifier l'avantage résultant de la reconstruction de la surface de réponse et la dernière évaluant les progrès potentiels d'un échantillonnage adaptatif.

Chapitre 3

Cas test : LS89

Afin de prouver la robustesse de la méthode, le cas test choisi comporte une physique complexe et sensible aux paramètres d'entrée. Cette sensibilité aux paramètres d'entrée se manifestera pas de brutaux points de bifurcation au niveau de la solution se visualisant par de fort gradient au niveau de la surface de réponse.

3.1 Physique de l'écoulement

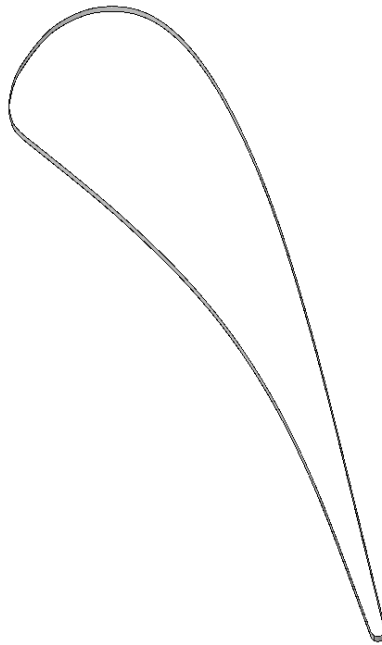


FIG. 3.1 – Profil de l'aube de turbine utilisé pour le cas test LS89

Le cas test est composé d'une aube de turbine haute pression ayant comme

conditions aux limites (figure ??) :

- $M_{i_s} = 0.927$
- $P_{i_0} = 1.85 \cdot 10^5 Pa$
- $Re = 1.15 \cdot 10^6$

Outres ces conditions à l'entrée du domaine, la condition de sortie impose la pression statique et les deux autres frontières limitant le domaine sont de type périodique.

Cette simulation présente une transition laminaire-turbulent sur l'extrados ainsi que sur l'intrados. De plus, un choc est visible sur la dernière partie de l'extrados, correspondant à la fin du canal convergent-divergent inter-aubage (figure 3.2).

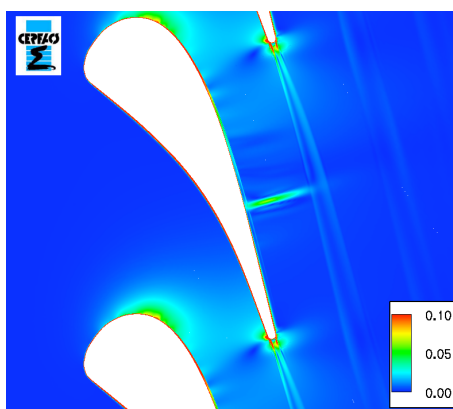


FIG. 3.2 – Variation relative de la masse volumique - visualisation du choc

Il est très important pour les motoristes de connaître le flux de chaleur à la paroi des aubages de turbine. En effet, si la tenue thermomécanique de l'aube leur permet d'augmenter la température des gaz des combustions, cela augmentera le rendement thermique de la turbomachine et diminuera donc sa consommation.

Or le flux de chaleur à la paroi est fortement dépendant du type d'écoulement rencontré. Un écoulement laminaire, ne s'écoulant que par couches parallèles, ne transmet la chaleur que par conduction.

Par contre, une couche limite turbulente est caractérisée par des composantes de vitesse fluctuantes, ce qui provoque des bouffées tourbillonnaires entre les différentes couches. Ce transport par advection augmente donc significativement le flux de chaleur à la paroi(figure 3.3).

On comprend aisément que pour un dimensionnement au plus juste des systèmes de refroidissement de l'aube, le flux de chaleur à la paroi de celle-ci est très importante(figure 3.4). Ce dimensionnement est d'autant plus critique que le rendement global du moteur est thermodynamiquement lié à la

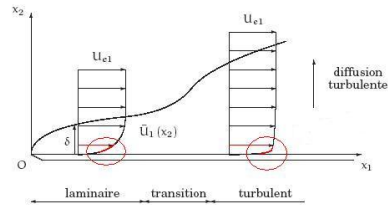


FIG. 3.3 – Transition laminaire-turbulent

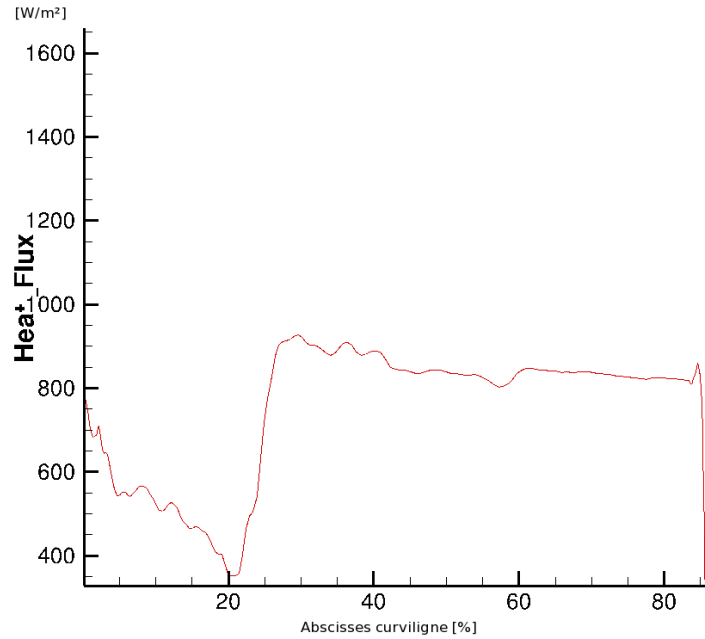


FIG. 3.4 – Flux de chaleur à l’extrados avec un taux de turbulence de 8% et un Reynolds turbulent de 50

température des gaz. Grâce à un excès d’air moins prononcé, le rendement thermique théorique du moteur augmente. La prédiction de la position de la transition laminaire-turbulent devient alors cruciale.

Malheureusement, la position de cette transition s’est révélée très fluctuante lorsque les paramètres d’entrées fluctuent. Elle est notamment sensible aux grandeurs définissant la turbulence au niveau des conditions aux limites à l’entrée du domaine. C’est pourquoi les différentes méthodologies associées à la quantification des incertitudes furent testées sur ce cas test en faisant varier le taux de turbulence et le Reynolds turbulent dans les bornes suivantes :

$$4\% < \tau_u < 8\%$$

$$50 < Re_T < 150$$

Les bornes associées au Reynolds turbulent correspondent à des longueurs

turbulentes comprises entre 0,47 et 1,51 mm.

3.2 Modèles de Turbulence

Le cas test sera lancé grâce au code elsA développé principalement au CER-FACS et à l'Onera. Ce calcul sera lancé en RANS, sera associé à un schéma de Jameson et bidimensionnel afin de limiter le temps de calcul. Le maillage utilisé sera lui composé de 78.560 cellules, celui-ci permettant toujours de garantir des résultats acceptables au niveau de la physique de l'écoulement.

3.2.1 Modèles de turbulence

Le modèle de turbulence utilisé est un modèle $k-\omega$ SST de Menter, dont les conditions initiales sont liés à nos paramètres fluctuants qui sont le taux de turbulence et le Reynolds turbulent. Ce modèle à deux équations de transport concilie le meilleur des modèles $k-\epsilon$ et $k-\omega$ car il peut être utilisé sur la sous couche laminaire visqueuse à la paroi comme un modèle $k-\omega$ et tend vers un modèle $k-\epsilon$ loin de la paroi, ce qui lui évite d'être aussi sensible aux conditions aux limites qu'un modèle $k-\omega$ loin de la paroi.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega$$

FIG. 3.5 – Modèle de turbulence SST

Avec :

- G terme de production
- T terme de diffusivité
- Y terme de dissipation
- S terme source

3.2.2 Modèles de transition

A cela se rajoute un modèle de Menter permettant de capter la transition laminaire turbulente.

Précédemment, la transition laminaire turbulente était captée grâce à un modèle algébrique. Malheureusement, cette implémentation dépourvue de tout effet de mémoire pouvait faire transitionner la couche limite de manière inattendue, cette dernière oscillant alors constamment entre la laminarité et la turbulence.

L'idée de Menter fut de considérer un modèle à deux équations de transport (portant le nombre total d'équation du système à neuf), la première pour une variable d'intermittence γ variant entre zéro et un lorsque l'on passe d'une couche entièrement laminaire à une couche complètement turbulente et la seconde pour une "pseudo" épaisseur de quantité de mouvement.

Cet effet de mémoire induit par le transport de la variable d'intermittence permettant d'éviter les transitions laminaire-turbulente et les relaminarisations intempestives des modèles algébriques.

Chapitre 4

Echantillonnage structuré : Mise en œuvre

Afin d'obtenir une méthode de base à comparer aux suivantes, un échantillonnage de type Monte-Carlo de quatre cents points a tout d'abord été réalisé. Après avoir évalué la qualité des différentes méthodes de reconstruction, la convergence des méthodes de reconstruction sur un échantillonnage structuré sera comparée à celle de la méthode de Monte-Carlo afin d'évaluer le gain en termes de convergence de la méthode.

4.1 Choix des abscisses de collocation

Différentes abscisses de quadrature existent, les plus connues étant les abscisses de Gauss. Bien que ces abscisses permettent une convergence supérieure lors de l'intégration d'une fonction sur le domaine par rapport à un échantillonnage à pas constant, un autre choix d'abscisses de quadrature présente un avantage non négligeable.

Les abscisses de Clenshaw-Curtis permettent la réutilisation des valeurs obtenues pour $n_p = 2^i + 1$ lors d'un échantillonnage utilisant un nombre de points $n_p = 2^j + 1$ avec $j > i$ [4]. Les abscisses déterminées par cette méthode sont donc imbriquées à intervalle régulier, ce qui permet un gain de temps important lors du raffinement de l'échantillonnage. Ces abscisses sont les extrêmes des polynômes de Tchebychev et sont obtenus par la fonction suivante :

$$y_j = -\cos\left(\frac{\pi * (j - 1)}{n_p - 1}\right), j = 1, \dots, n_p$$

avec n_p le nombre de points désirés.

Les poids des abscisses de Clenshaw-Curtis sont elles déterminées comme suit :

Grâce à cette propriété, il est envisageable de réaliser un échantillonnage de dix-sept par dix-sept sur le domaine. Dix-sept étant bien la somme d'un

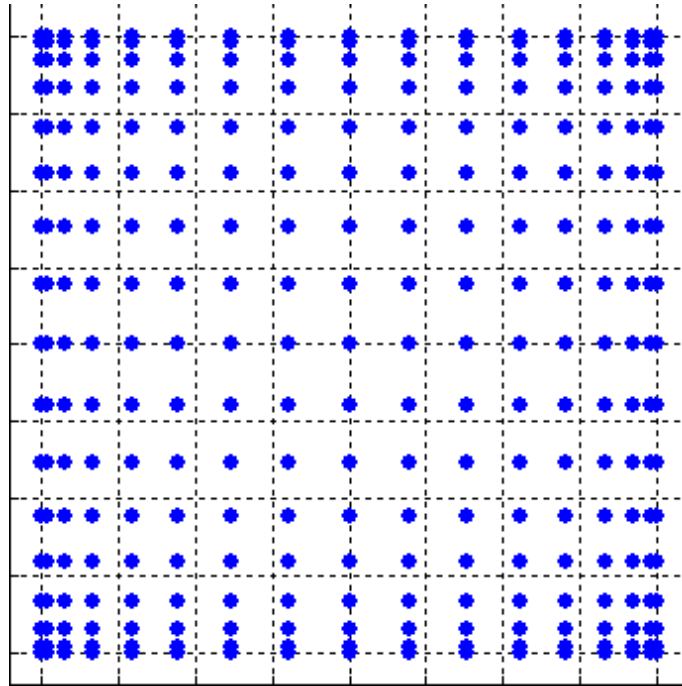


FIG. 4.1 – Echantillonnage de Clenshaw-Curtis de 17 par 17 points

exposant de deux et de l'unité, le calcul de la solution en ces points donnera automatiquement la solution pour un échantillonnage de neuf par neuf, cinq par cinq et trois par trois. La limitation à dix-sept points étant justifiée par le fait cet échantillonnage produira deux cents quatre-vingt neuf valeurs, ce qui est comparable aux quatre cents points réalisés par tirage aléatoire. De plus, le prochain niveau d'échantillonnage respectant l'imbrication des abscisses représenterait mille quatre vingt neuf calculs ce qui devient prohibitif.

Grâce à ces deux cents quatre-vingt neuf valeurs, la reconstruction de la surface de réponse peut être envisagée avec l'aide des méthodes précitées.

4.2 Interpolation lagrangienne

Malgré l'utilisation d'abscisse de quadrature, le phénomène de Runge apparaît lors de la reconstruction de la solution sur les abscisses de Clenshaw-Curtis. Cela se justifie par la présence d'un gradient important et d'un ordre élevé au niveau des facteurs de Lagrange (figure 4.2). Les fluctuations étant déjà présentes pour l'interpolation sur neuf points, elles ne sont pas résorbées lorsque le nombre de points passe à dix-sept.

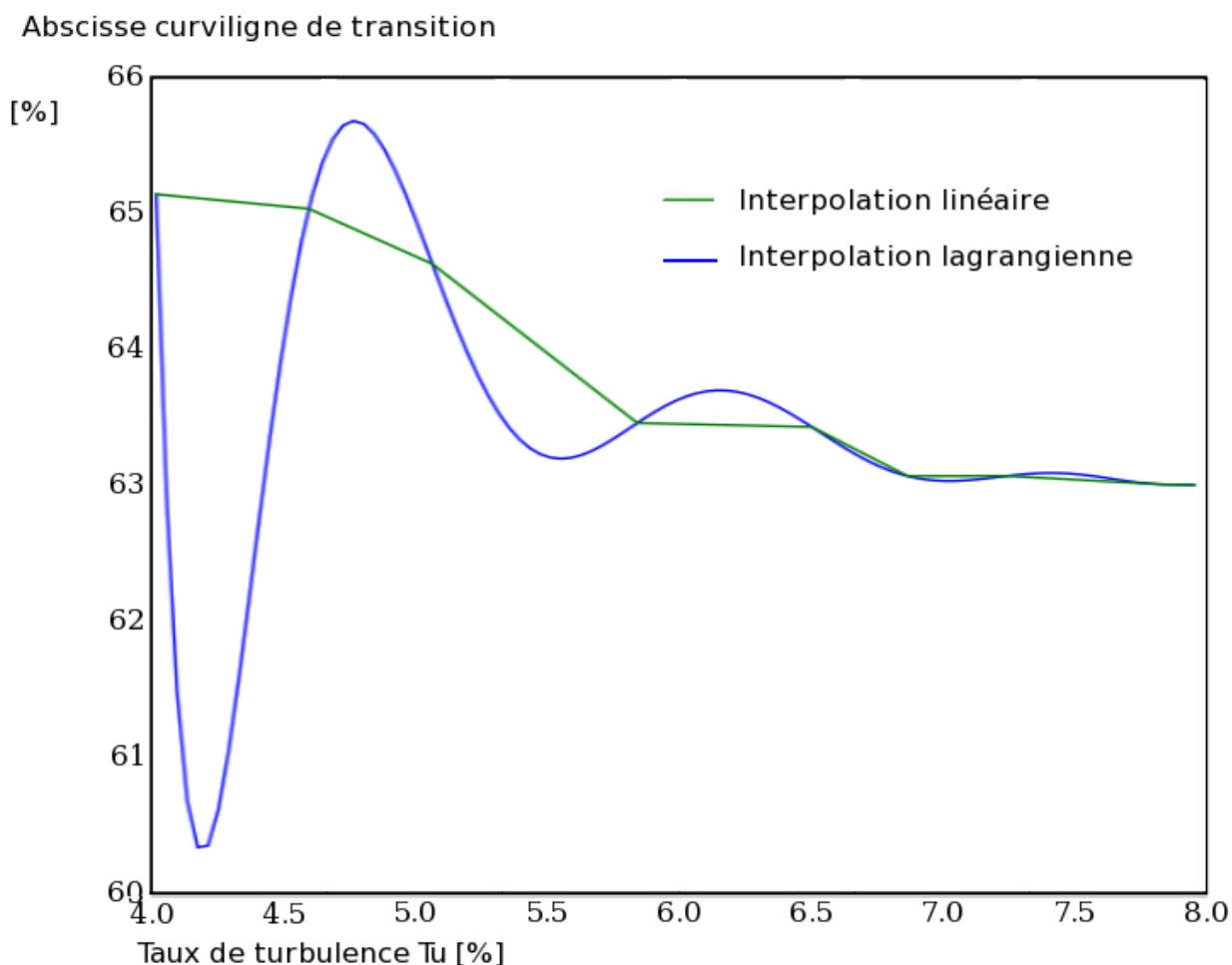


FIG. 4.2 – Erreur de Runge sur une interpolation lagrangienne réalisée en $\tau_{turb} = 6\%$ sur neuf points

4.3 Polynômes du chaos

L'utilisation des abscisses de quadrature permet la détermination des intégrales de projection de la fonction sur les polynômes orthogonaux. Il suffit pour cela de transformer ces intégrales en sommes de valeurs prises par la fonction pondérée par les poids associées aux abscisses de Clenshaw-Curtis. Après avoir réalisé cette étape, une valeur peut-être associée à chaque point du domaine par une simple somme pondérée de ces mêmes polynômes orthogonaux.

Dans cette démarche, l'ordre maximale des polynômes orthogonaux n'est pas spécifié et est déterminé par l'utilisateur, l'ordre des polynômes étant inférieur d'une unité au nombre total de polynômes dans la décomposition. L'utilisation d'un grand nombre de polynômes permettrait donc à priori de capter des com-

portements fortement non linéaires. Néanmoins, l'implémentation d'une taille de décomposition polynomiale proche ou supérieur au double du nombre de point de quadrature utilisé pour l'évaluation des intégrales citées précédemment peut amener une divergence complète des résultats.

Lors de l'utilisation de cette méthodologie, un problème est alors apparu lorsque le degré maximale de la décomposition ne permet pas de capter les larges discontinuités présentent dans la solution. La reconstruction conserve alors un caractère oscillatoire non stabilisé (figure 4.3).

Abscisse curviligne de transition

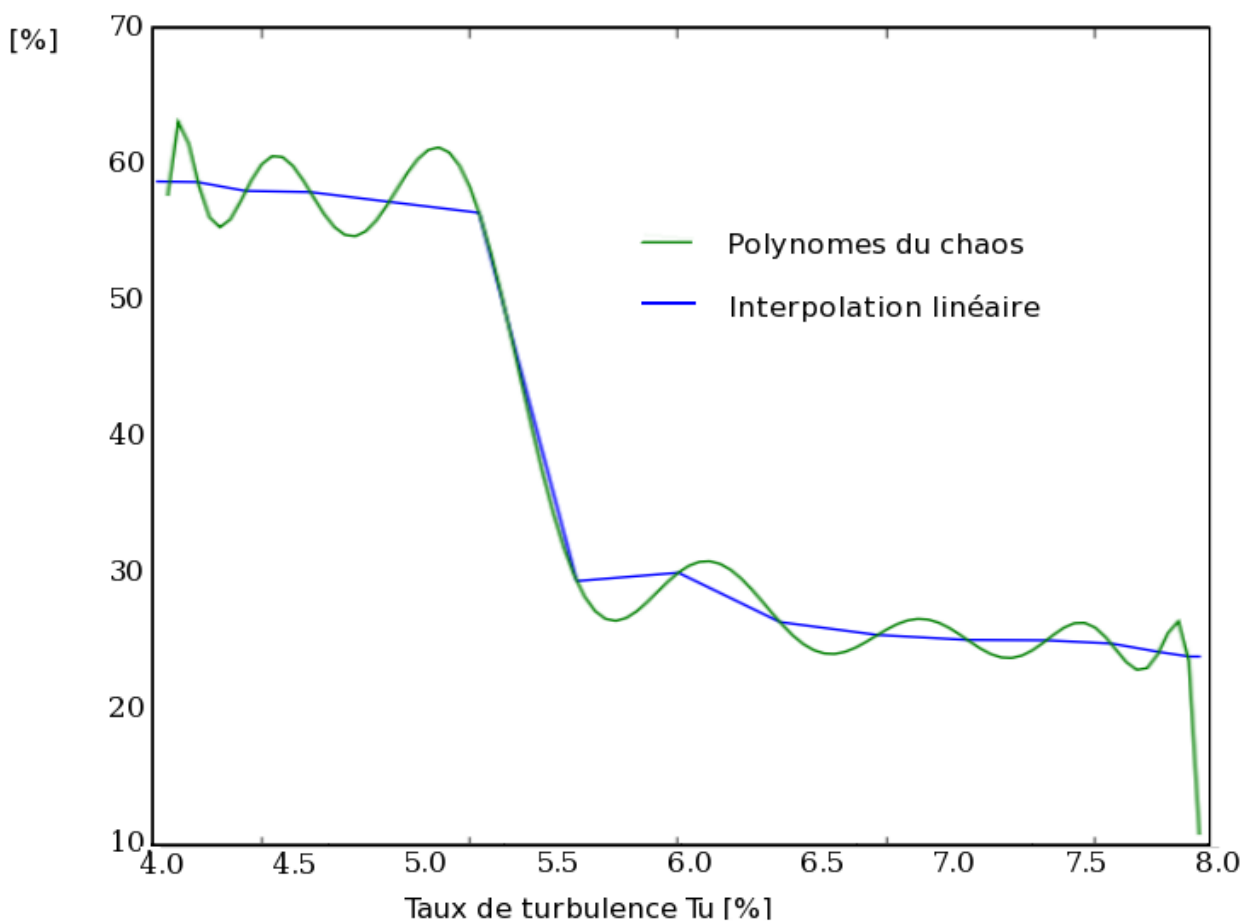


FIG. 4.3 – Oscillation dans un décomposition par polynômes du chaos jusqu'à l'ordre 32 réalisée en $\mathfrak{R}_{turb} = 100\%$ sur 17 points

4.4 Spline cubique

L'utilisation d'une implémentation des splines cubiques montre quand à elle d'autres problèmes ici venus d'une supposition trop important de la continuité de la solution. Les splines imposent une continuité de dérivée première entre segment, ce qui induit des fluctuations non désirée sur ce cas test ou la solution évolue plutôt d'un palier de stabilité à un autre (figure 4.4).

Abscisse curviligne de transition

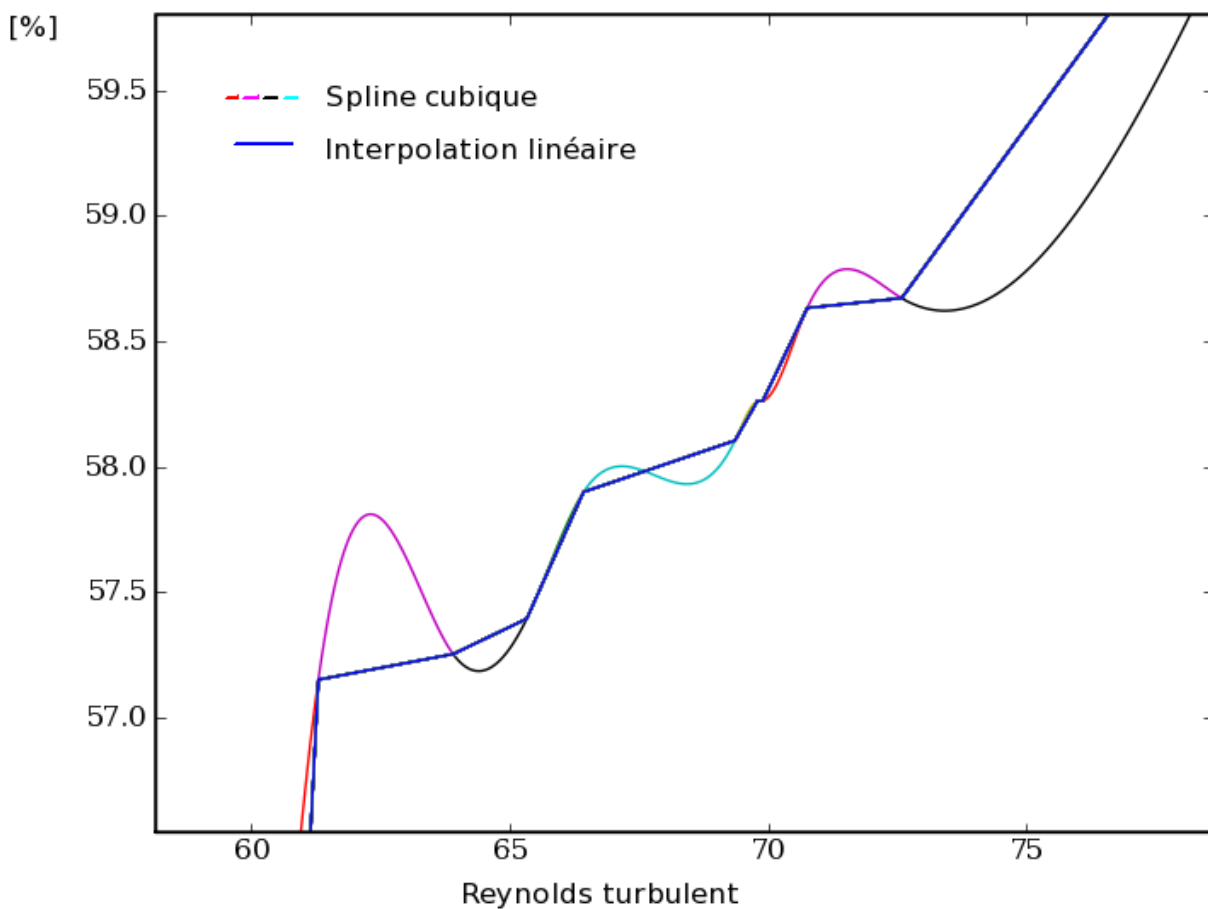


FIG. 4.4 – Interpolation par splines cubiques réalisée en $u = 6\%$

4.5 Kriging

4.6 Interpolation lagrangienne limitée

Le principe ici est de réutiliser les facteurs de Lagrange mais en limitant le stencil aux plus proches voisins. Ce principe simple permet de s'affranchir des erreurs de Runge résultant d'un polynôme d'ordre trop important. La reconstruction ne permet alors pas d'avoir une continuité de pente, mais cela n'est pas un désavantage lorsque, comme dans le cas présent, cette hypothèse est trop forte. Le fait d'avoir un stencil dans le voisinage du point permet d'avoir une information au niveau des pentes à courtes échelles.

Abscisse curviligne de transition

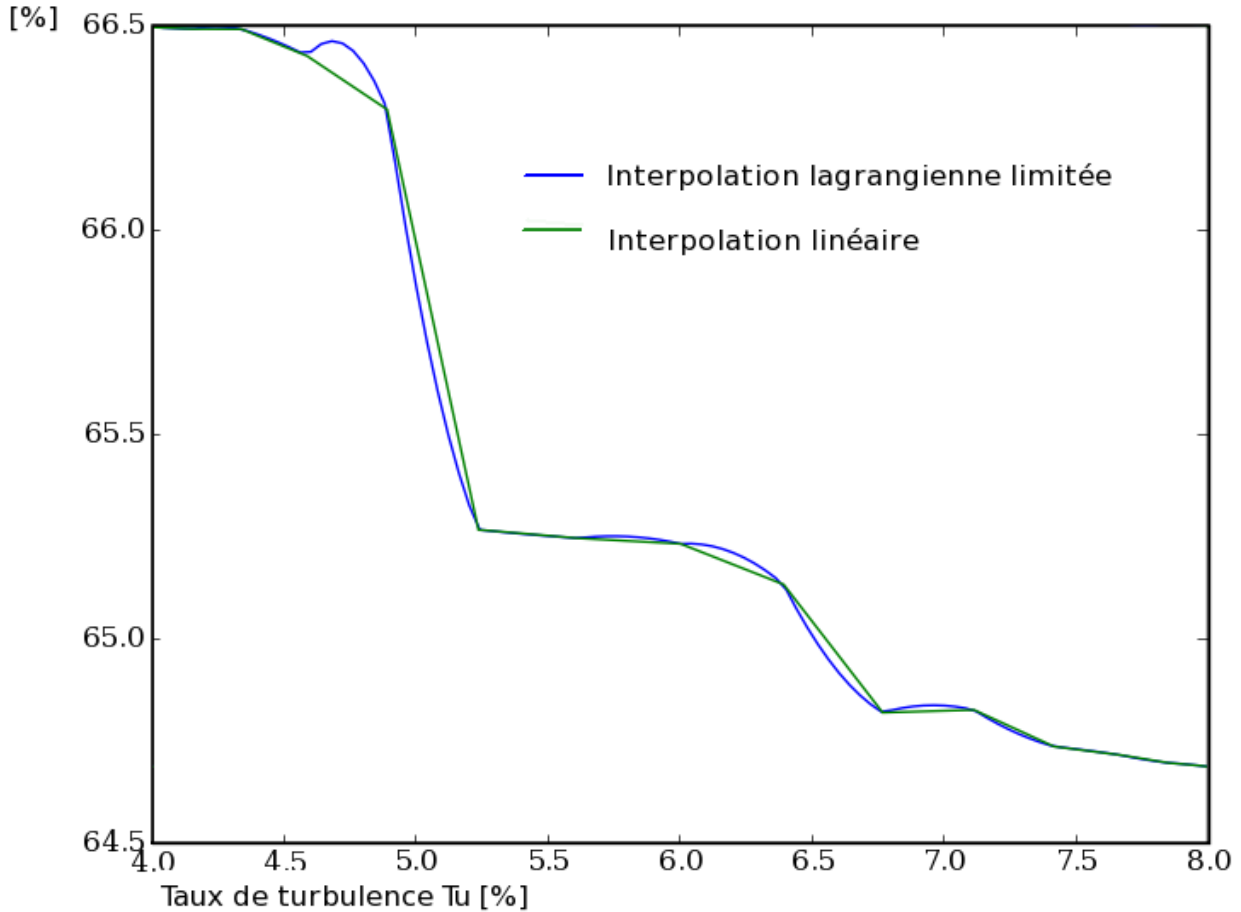


FIG. 4.5 – Reconstruction lagrangienne limitée à un stencil à quatre points avec $\tau_{turb} = 6\%$ sur 17 points

Cette méthode de reconstruction permet de limiter significativement les

oscillations liées aux forts gradients contrairement aux autres méthodes rencontrées ci-dessus (figure 4.5).

Abscisse curviligne de transition

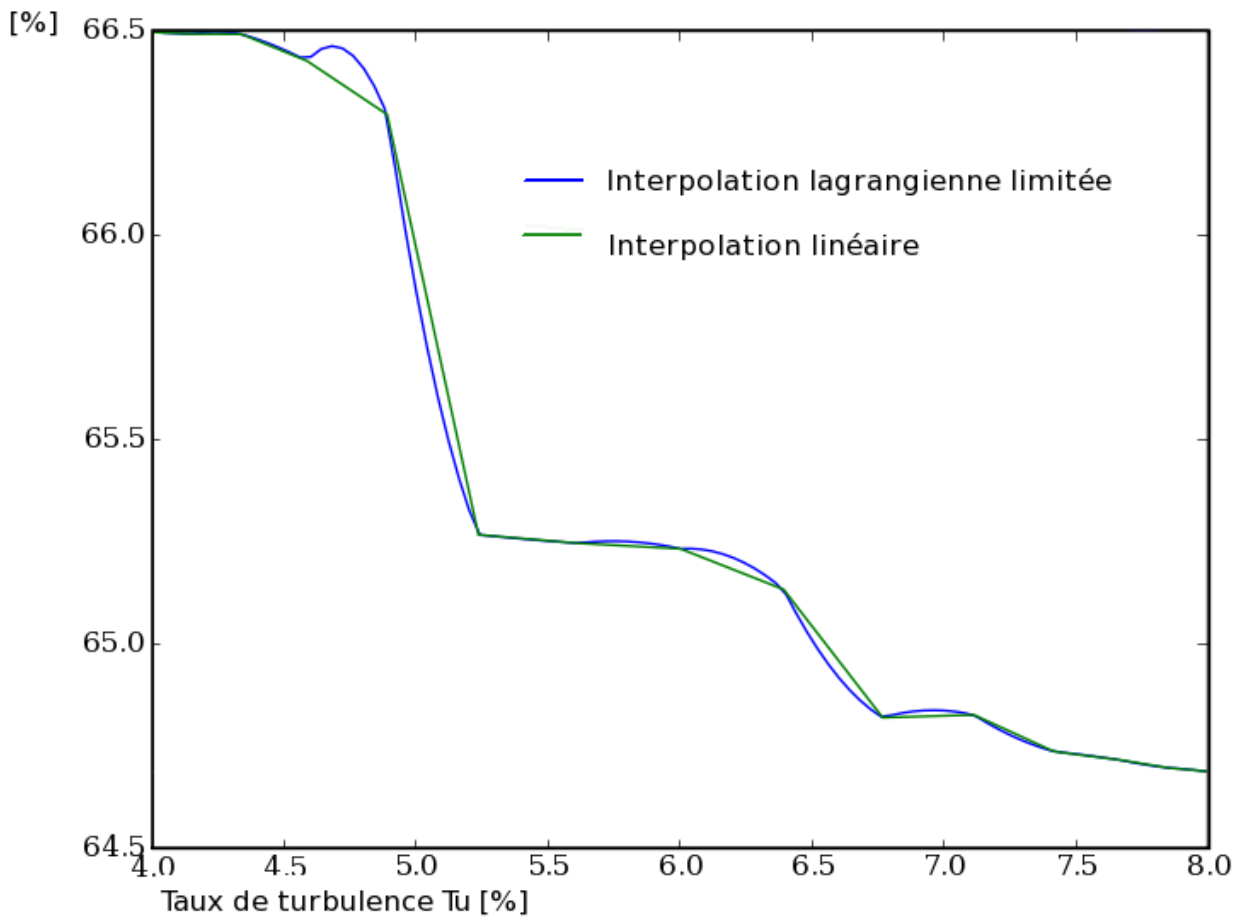


FIG. 4.6 – Reconstruction lagrangienne limitée à un stencil à quatre points avec $\tau_{turb} = 6\%$ sur 9 points

Les figures 4.6 et 4.7 montrent l'évolution de la reconstruction lorsque l'échantillonnage associé aux abscisses de Clenshaw-Curtis évolue. On remarque toujours un comportement qui limite les oscillations de la reconstruction tout en captant. Ce comportement permettra par la suite d'utiliser cette reconstruction lors de la comparaison des moments statistiques entre les différentes méthodes de quantification des incertitudes.

Abscisse curviligne de transition

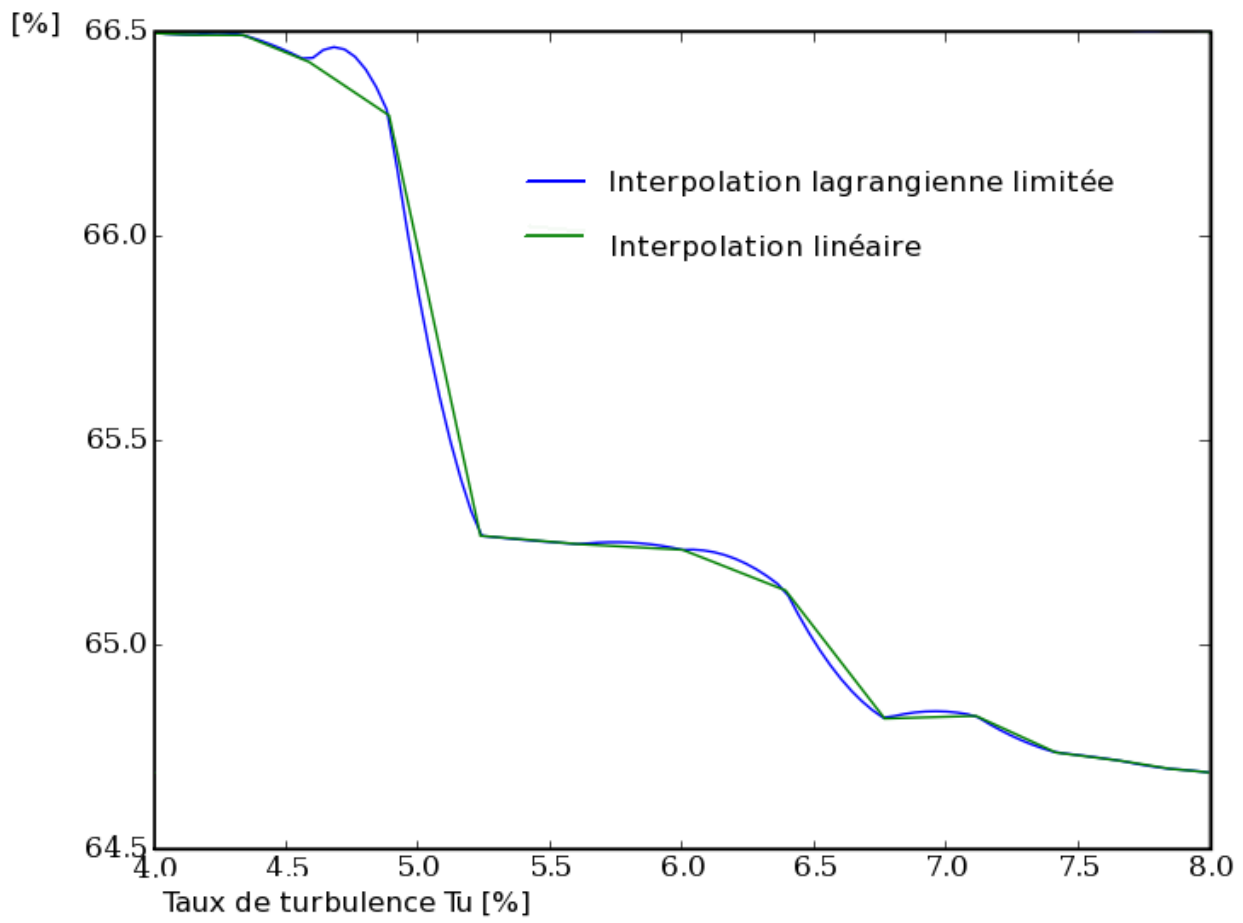


FIG. 4.7 – Reconstruction lagrangienne limitée à un stencil à quatre points avec $\tau_{turb} = 6\%$ sur 5 points

Chapitre 5

Echantillonnage adaptatif

Après s'être attardé sur des points d'échantillonnage ne dépendant pas de la solution, une méthode d'échantillonnage permettant de rajouter des points où la solution semble la moins bien captée peut sembler prometteur car l'information obtenue grâce aux précédents points peut être utilisée afin de positionner de manière judicieuse les points suivants. Il est alors raisonnable d'espérer une convergence plus rapide de la surface de réponse en exploitant les résultats précédemment acquis. En fonction des moyens d'acquisition, une méthode adaptative peut se révéler plus contraignante puisque l'on passe d'une série de calcul faisable en parallèle à un fonctionnement séquentiel.

5.1 Reconstruction Polynomiale

Le principe de base ici est d'utiliser un polynôme complet bidimensionnel afin d'interpoler la solution sur la surface.

$$ff(x, y) = a + b \cdot x + c \cdot y + d \cdot x^2 + e \cdot x \cdot y + \dots$$

Le nombre de points associés à l'interpolation est donc égal au nombre de coefficient à déterminer dans l'interpolation, le tout formant un système d'équations à résoudre.

Cette interpolation créant rapidement des oscillations près des fortes discontinuités ainsi que des erreurs de Runge, il est possible de comparer une reconstruction à la reconstruction suivante afin d'évaluer le point d'erreur maximale. Le phénomène de Runge permettant ici de trouver l'endroit où la courbe est la moins connue.

Une première évaluation de la méthode fût effectuée sur une fonction test de la forme :

$$f(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} \cdot \sin(x^2 + y^2)$$

Grâce à cette méthode, il a été possible de faire converger une surface de reconstruction basée sur un polynôme complet pour donner le résultat visible sur la figure 5.1. La figure 5.2 permet de visualiser les points choisis par la méthode. Il est important de remarquer la nécessité de la méthode de capter les points au bord du domaine, ces derniers permettent à la reconstruction de connaître la pente au bord du domaine ce qui est important pour limiter les fluctuations. Sur la figure 5.3, la convergence de la surface est visible et la solution fût satisfaisante après l'ajout de soixante-dix points.

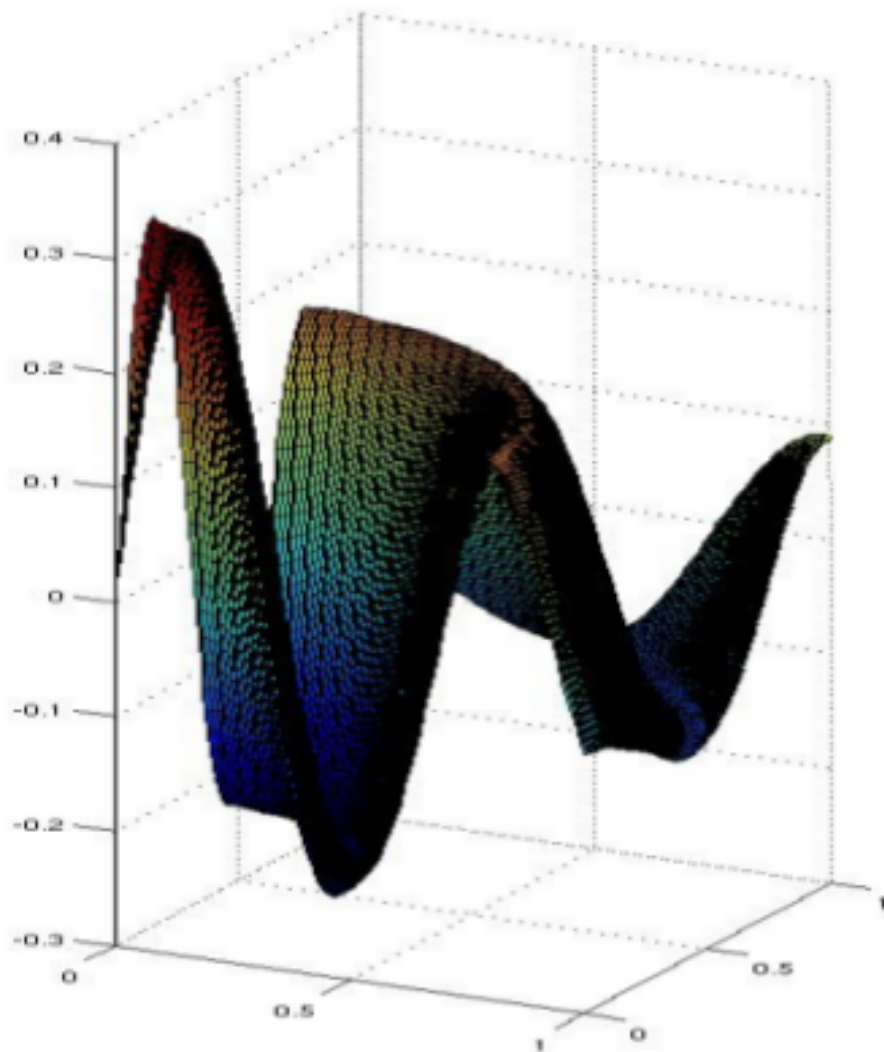


FIG. 5.1 – Reconstruction adaptative par polynôme complet sur une fonction test

Bien que cette méthode fonctionne bien sur ce dernier, cette fonction test, cela ne marche pas aussi bien sur le cas test prenant l'abscisse de transition

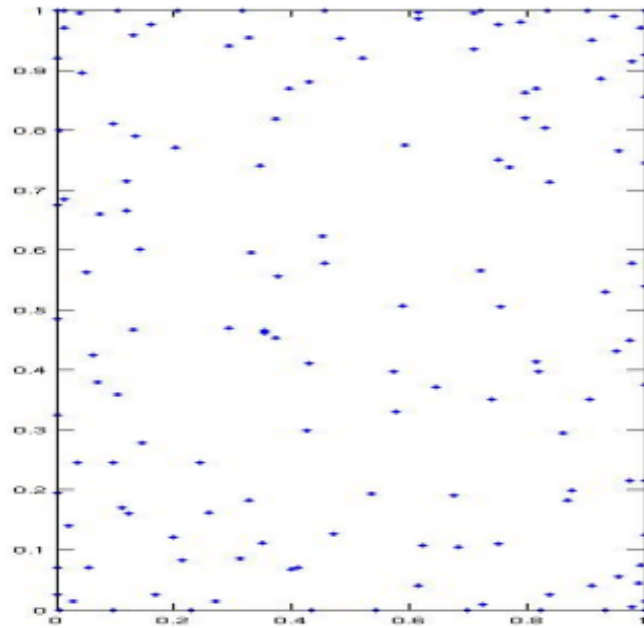


FIG. 5.2 – Reconstruction adaptative par polynôme complet sur une fonction test - visualisation de l'échantillonnage

comme variable de sortie. En effet, la fonction test est infiniment dérivable ce qui n'est pas le cas pour l'abscisse de transition laminaire-turbulent. L'échantillonnage adaptatif n'est alors pas capable de converger et la matrice de résolution du système est de plus en plus mal conditionnée. Cela est donc dû au caractère totalement non linéaire de la solution (figure 5.4).

5.2 Reconstruction par Kriging

Afin de réaliser une reconstruction adaptative, une méthode plus robuste que la précédente est requise. Cette dernière requérant une continuité trop forte de la solution, une reconstruction plus générale est nécessaire. Pour ce faire, le kriging permet une utilisation plus souple et ne nécessite pas de caractéristique spécifique au niveau de la surface de réponse. Le kriging utilisant une pondération des images des points voisins afin de construire la solution d'un point du domaine, ne suppose aucune continuité de la solution et n'utilise aucun gradient pour la reconstruction. Cela a pour conséquence qu'un raffinement en un point du domaine ne modifiera la reconstruction que localement. Lors de la comparaison des erreurs entre deux reconstructions successives afin de choisir le prochain point de raffinement, il existe alors un risque de se focaliser sur la même zone encore et encore. Afin de palier à ce problème, il peut être judicieux de rajouter un point à l'endroit le plus lâche de l'échantillonnage, c'est à dire l'endroit le plus essulé de l'espace de départ. En couplant l'ajout de point les moins fidèlement captés dans l'espace d'arrivée et l'ajout de points les plus

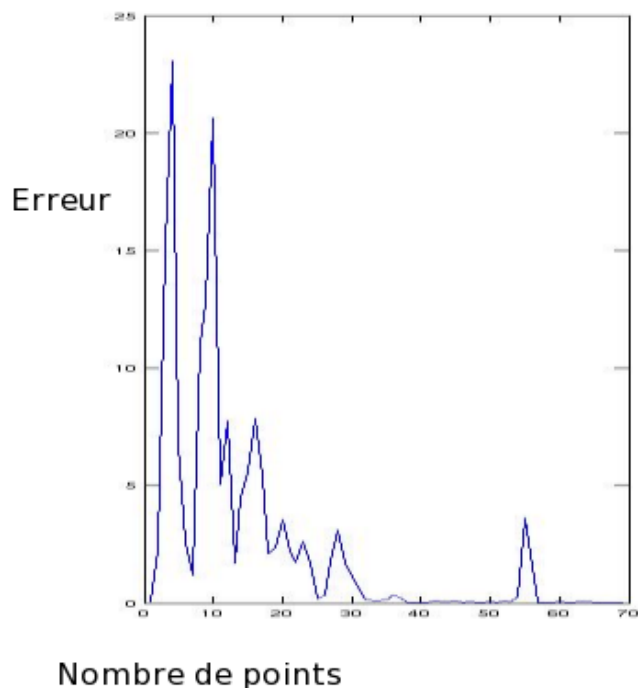


FIG. 5.3 – Reconstruction adaptative par polynôme complet sur une fonction test - visualisation de la convergence de la surface

esseulés dans l'espace de départ, il est alors possible d'éviter le phénomène de focalisation sur une zone précise. La première question à se poser est alors la proportion entre les points choisis par rapport à l'erreur de la reconstruction et les points choisis en fonction de leur éloignement aux autres points. Afin de tester la viabilité de la méthode, une technique alternant les deux choix fût implémentée.

La figure 5.5 montre la reconstruction obtenue par la reconstruction adaptative par kriging. Celle-ci converge donc bien mieux que la technique précédente grâce à ses conditions inférieures sur la continuité. La figure 5.6 permet de visualiser la distribution des points réalisés lors de cette reconstruction, celle-ci est cohérente avec celle obtenue par la reconstruction de la solution sur les abscisses de Clenshaw-Curtis.

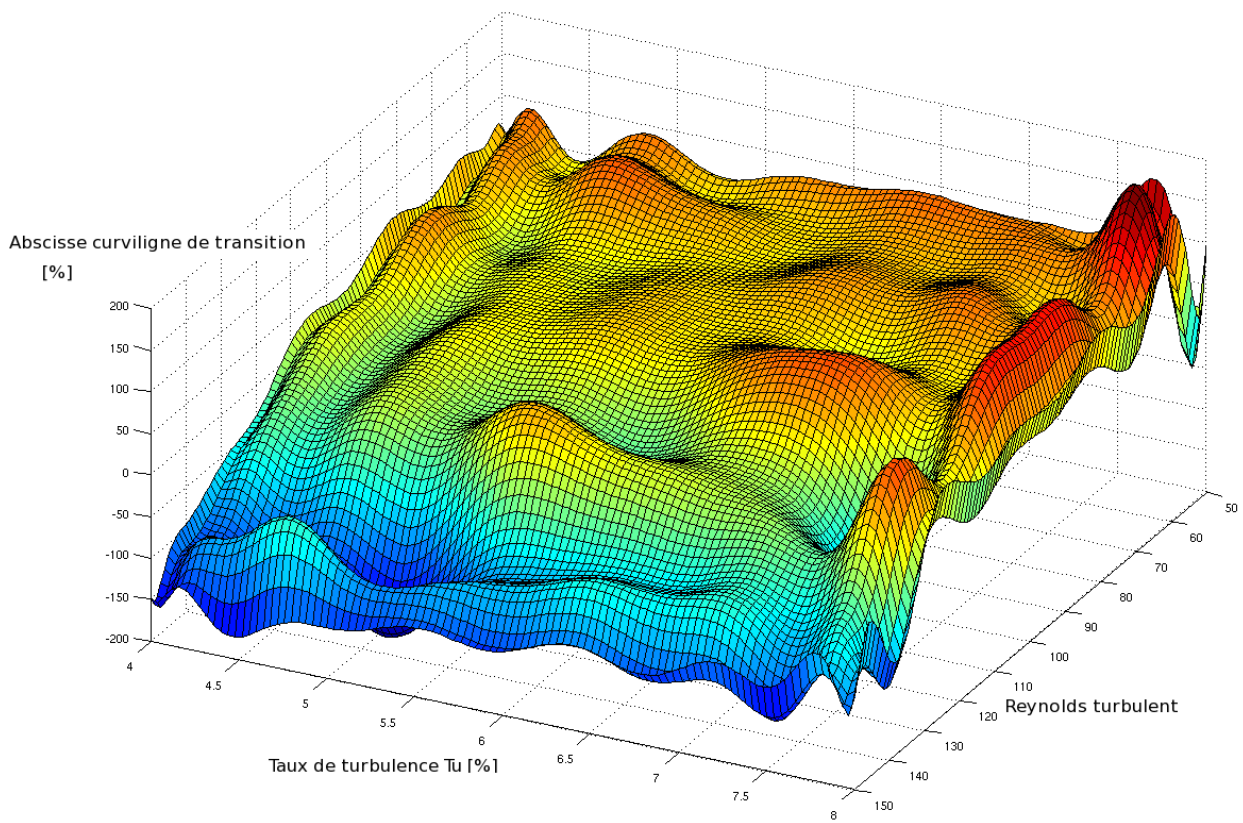


FIG. 5.4 – Reconstruction adaptative par polynôme complet sur l'abscisse de transition laminaire-turbulent

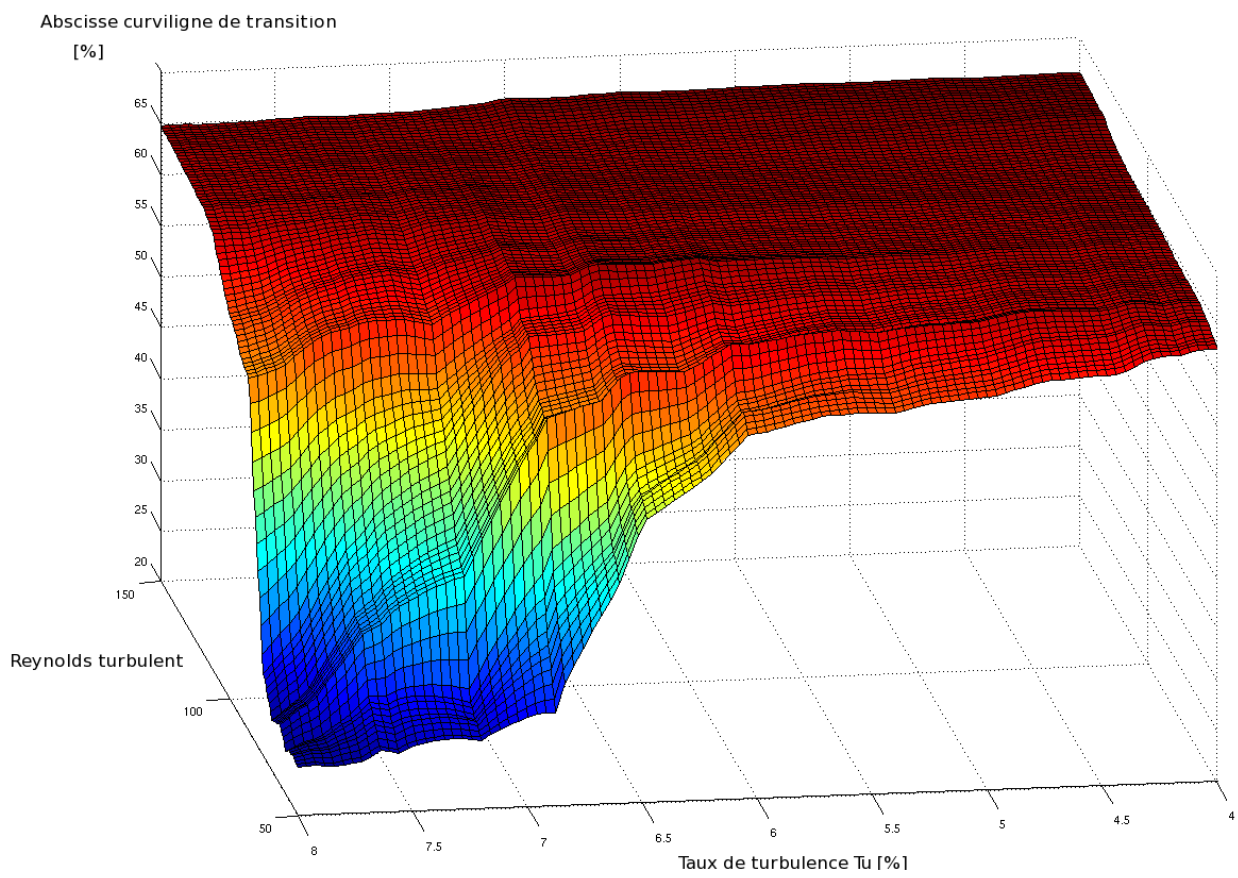


FIG. 5.5 – Reconstruction adaptative par kriging sur l'abscisse de transition laminaire-turbulent

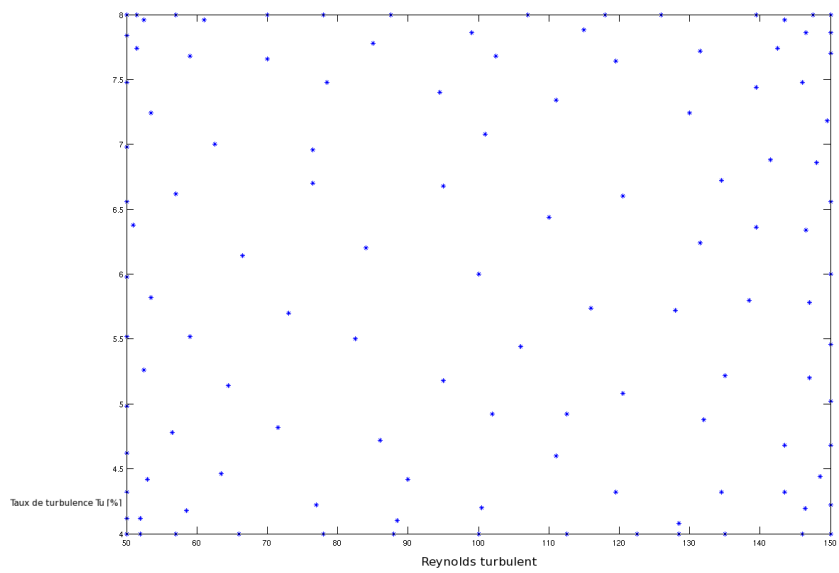


FIG. 5.6 – Disposition des points associés à une reconstruction adaptative par kriging

Chapitre 6

Exploitation des résultats

6.1 Comparaison des méthodes

Cette section a comme objectif de comparer les trois méthodes d'échantillonnage construites précédemment, ces méthodes étant composées de la méthode de Monte-Carlo afin de quantifier la convergence de sa force brute, d'une méthode de reconstruction par polynôme de Lagrange limité sur les abscisses de quadrature de Clenshaw-Curtis afin d'évaluer les avantages d'une reconstruction et enfin une méthode de reconstruction adaptative qui est présente pour mesurer le gain obtenu par une reconstruction associée à un choix judicieux de point.

Afin de comparer ces trois différentes méthodes, on peut observer la convergence des deux premiers moments statistiques afin de prouver l'intérêt d'une méthode par rapport à l'autre. La figure 6.1 montre un gain clair de l'échantillonnage adaptatif par rapport à la méthode de Monte-Carlo mais la courbe n'est pas concluante pour distinguer la reconstruction faite sur les abscisses de quadrature et la méthode adaptative. La différence est par contre plus nette lorsqu'on s'intéresse au moment statistique suivant (6.2, les résidus associés à la variance convergent bien plus rapidement avec la méthode adaptative qu'avec les deux autres méthodes. Ces deux figures montrent une hiérarchie claire entre ces trois méthodes sur le cas test utilisé.

6.2 Sens physique associé aux fluctuations

Ces méthodes de reconstruction ont été appliquées exclusivement sur l'abscisse de transition jusqu'à présent. Comme cette abscisse est d'abord relevée grâce au saut de flux de chaleur à la paroi lors de la transition laminaire-turbulente, les fichiers contenant le flux de chaleur à la paroi le long de l'aubage sont disponibles afin de quantifier l'incertitude associée au flux de chaleur en chaque point de l'aubage. En appliquant la technique de quantification en des points différents, il est alors possible d'obtenir la courbe du flux de chaleur le long de l'aubage avec les barres d'incertitudes associées à chaque point. Les variables fluctuantes sont donc toujours le Reynolds turbulent ainsi que le taux de turbulence et nous allons étudier la fluctuation de l'intervalle de confiance

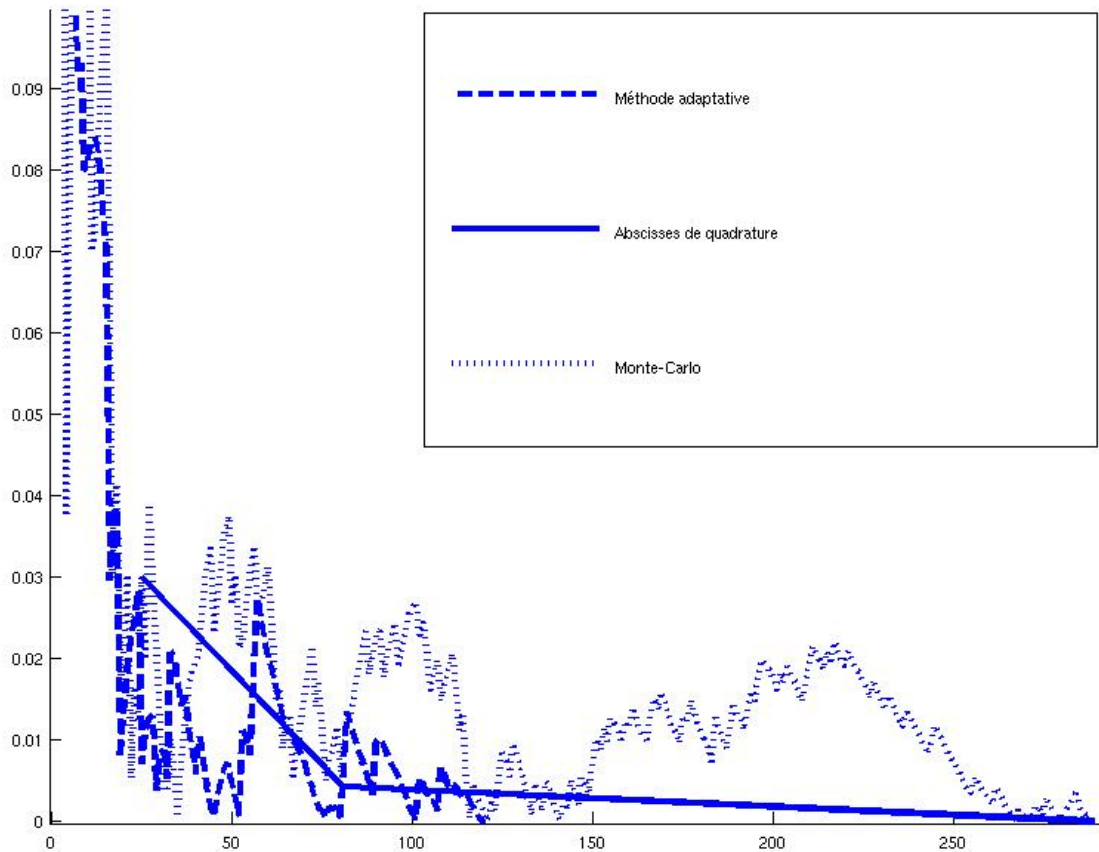


FIG. 6.1 – Convergence des résidus de la moyenne en fonction du nombre de points utilisés pour les trois méthodes

associé au flux de chaleur le long de la paroi de l’aubage de turbine.

Après avoir fait converger la surface de réponse sur avec l’une des trois méthodes précédemment comparées pour chaque point du profil de l’aube les figures 6.3 et 6.4 peuvent être réalisées. Sur cette première figure, le début de la courbe admet peu de variance avant que l’abscisse curviligne relative n’atteigne les vingt pourcent. Après cette abscisse, une large fenêtre de variance apparaît avant de se refermer lorsque tous les cas de figure ont atteint la transition lorsque l’abscisse curviligne dépasse les soixante-cinq pourcent. Cette limite supérieure étant directement dictée par la présence du choc à l’extrados qui causera la transition laminaire-turbulente dans tous les cas à cause de son gradient de pression adverse.

Malgré le caractère gaussien des fonctions de distribution du paramètres

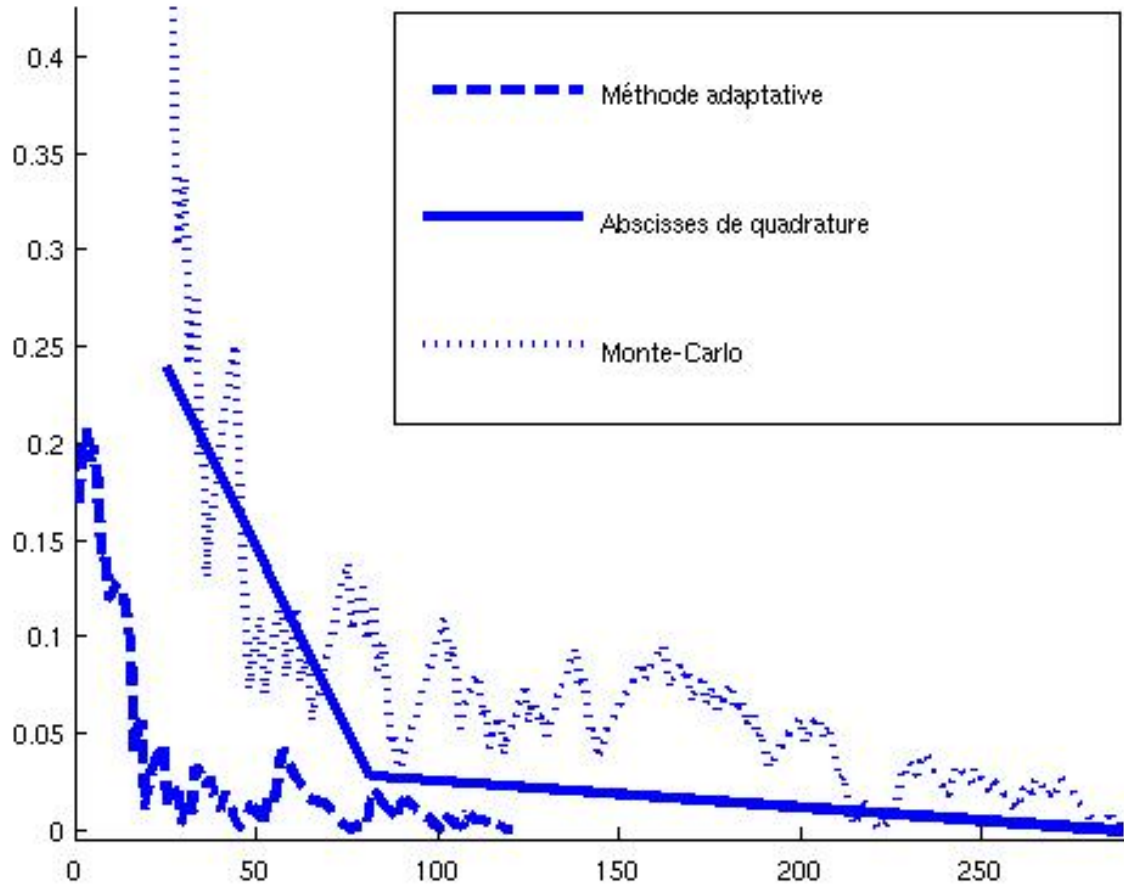


FIG. 6.2 – Convergence des résidus de la variance en fonction du nombre de points utilisés pour les trois méthodes

d'entrée, la fonction de distribution du flux de chaleur ne garde absolument pas ce comportement. En effet, les bornes associées à l'ajout ou le retrait de trois écarts types à la moyenne ne restent pas, pour chaque point du profil, entre les valeurs minimales et maximales du flux de chaleur. Si la fonction de distribution de probabilité avait été gaussienne en chaque point, ces deux courbes seraient restées entre la borne inférieure et supérieure de la réponse puisque dans le cas d'une distribution gaussienne elles sont équivalentes à un intervalle de confiance à quatre-vingt-dix-neuf pourcent. Ceci montre un caractère spécial de la fonction de distribution de flux de chaleur, le fait que la borne inférieure de l'intervalle soit inférieure à la valeur minimale entre vingt pourcent et soixante-cinq pourcent d'abscisse curviligne alors que la borne supérieure de l'intervalle n'a pas ce comportement prouve un comportement dissymétrique de la distribution. Ceci est caractéristique d'une distribution dont le troisième moment statistique

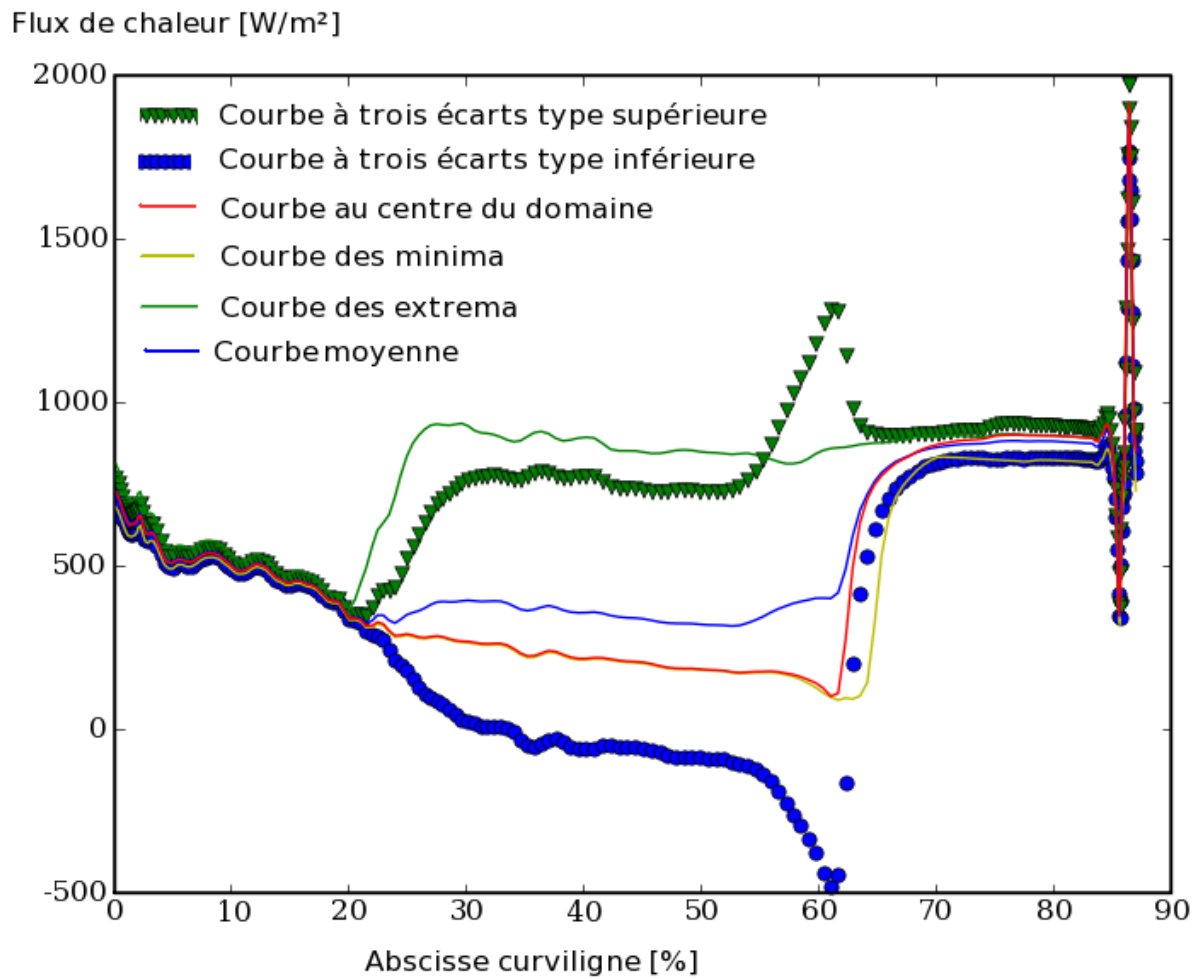


FIG. 6.3 – Flux de chaleur sur l'extrados en W/m^2

(μ_3) est élevé. Cela représente donc une distribution de probabilité plus étalée pour les valeurs supérieures à la moyenne que pour les valeurs inférieures à la moyenne. Physiquement, cela représente le fait que le flux de chaleur ne peut que rester constant ou croître si la couche limite transitionne.

$$\mu_3 = m_3 - 3 \cdot m_1 \cdot m_2 + 2 \cdot m_1^3$$

$$\mu_4 = m_4 - 4 \cdot m_1 \cdot m_3 + 6 \cdot m_1^2 \cdot m_2 - 3 \cdot m_1^4$$

avec :

m_4 : moyenne des quatrièmes puissances

m_3 : moyenne des cubes

m_2 : moyenne des carrés

m_1 : moyenne

Une autre caractéristique typiquement non gaussienne visible sur cette figure est le dépassement visible pour chaque borne de l'intervalle peu après les soixante pourcent d'abscisse curviligne. Ce comportement associé à des extremaux stables représente une augmentation du quatrième moment statistique ou μ_4 . Au niveau de la fonction de distribution de probabilité, cela est équivalent à une forme de moins en moins gaussienne et de plus en plus bimodale. Cette tendance s'explique par le fait que la transition se rapproche de plus en plus du point central du domaine de départ, les points avoisinant sont alors fortement pondérés par la distribution gaussienne de l'espace de départ. Cette augmentation de la variance s'explique donc par le caractère brutale de la transition qui affecte fortement certains points du domaine sans avoir d'influence sur ceux situés juste après alors que ces points ont une grande importance pour le calcul de la variance à la vue de leur proximité avec le centre de la distribution gaussienne des variables fluctuantes.

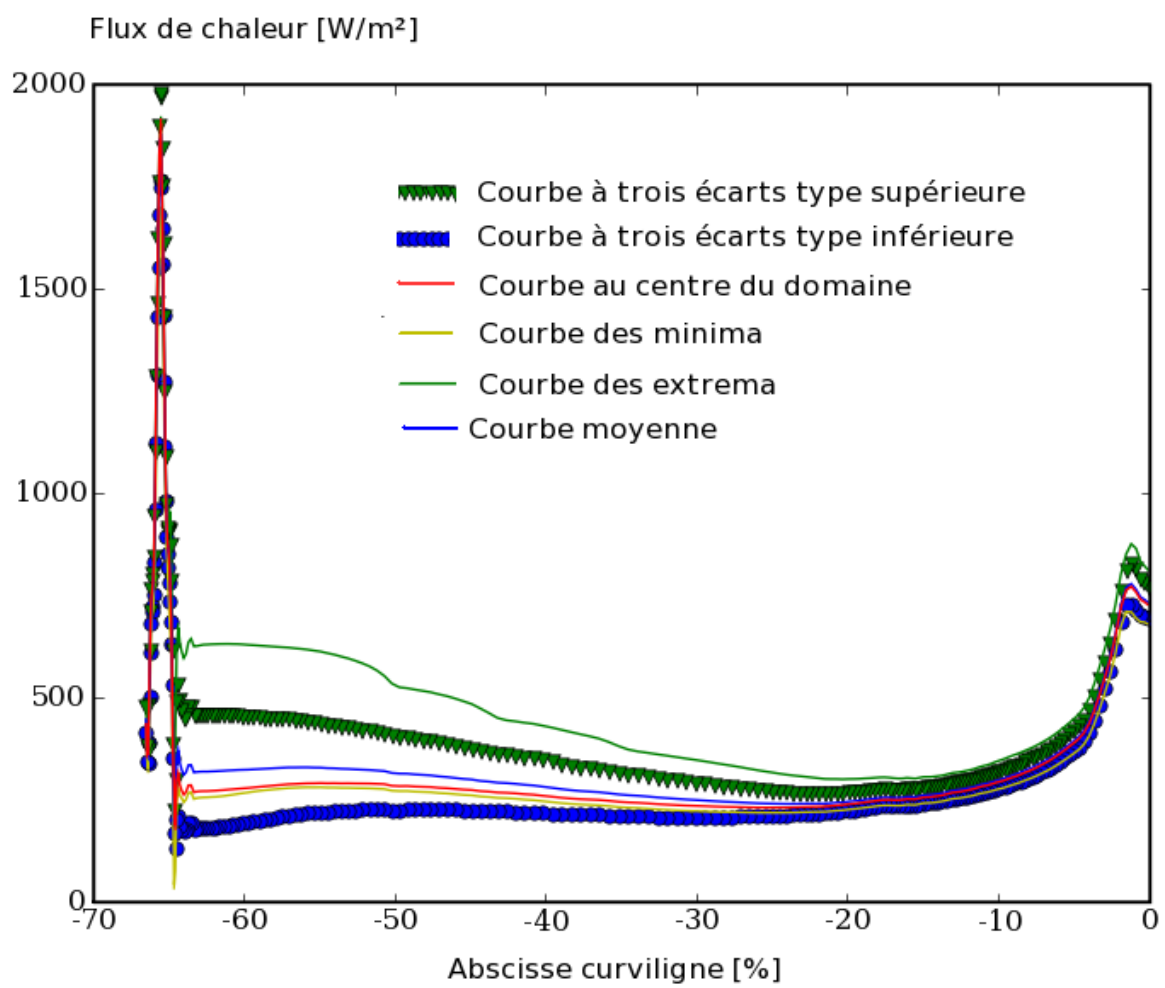


FIG. 6.4 – Flux de chaleur sur l'intrados en W/m^2

Chapitre 7

Conclusion

Après avoir présenté la problématique complexe associée à l'évaluation du flux de chaleur dans les aubages de turbine, nous avons pu évaluer l'intérêt d'une conception robuste au niveau de l'optimisation des l'aérothermique associée à cet élément. Ce rapport de stage a pu mettre en avant les différentes possibilités afin de quantifier les variations dues à la fluctuation de plusieurs paramètres d'entrée. Afin de mettre en œuvre des méthodes d'évaluation des incertitudes un cas test extrêmement fluctuant au niveau de son abscisse de transition laminaire-turbulente fût choisi.

Après avoir fait un tirage aléatoire de quatre cent point, il fallut déterminer une reconstruction robuste associée aux abscisses de quadrature. La familiarisation à l'utilisation du code elsA ainsi que l'assimilation du langage python afin d'implémenter les différents développements des méthodes de reconstruction furent nécessaires pour mener à bien la première partie du projet sur la base des méthodes précédemment connue. Lorsque l'échantillonnage structuré et le choix de la méthode de reconstruction associée furent terminés, une méthode d'échantillonnage adaptative fut développée afin de vérifier l'avantage probable de ces techniques dans la précision de l'évaluation de la solution. Ceci fut fait avec la visualisation de la convergence des deux premiers moments statistiques sur les trois méthodes d'échantillonnage réalisés.

Par la suite, il a été possible d'exploiter à nouveau les résultats obtenues par nos échantillonnages afin d'évaluer les incertitudes associées au flux de chaleur en chaque point de l'aubage, incertitude qui peuvent différencier une conception efficace mais fragile lorsque les conditions changent d'une solution inférieure en performance pure mais permettant une meilleur accommodation aux fluctuations. Ceci nous a permis de mettre en avant une série de propriété à niveau du comportement de la transition de la couche limite.

Suite aux calculs réalisés, il a été possible de mettre en avant à la fois les avantages de la reconstruction et l'avantage de l'exploitation de l'information déjà obtenue par les points précédents. Au niveau de la reconstruction adaptative, il pourra être possible d'adapter la méthode de reconstruction au type de solution rencontré afin d'exploiter l'information associée aux dérivées. Précédemment, une part égale de points ont été choisi par rapport à l'erreur commise sur la

reconstruction et par rapport à l'éloignement des points entre eux. Ce rapport représente donc le fait que la méthode explore plus précisément une fluctuation déjà relevée ou si l'algorithme recherche de nouvelle fluctuation. Par la suite, il est envisageable de faire varier ce rapport en fonction de l'avancement de l'échantillonnage.

Cette méthodologie va maintenant être appliquée à un cas test plus complexe et plus industriel avec le compresseur CREATE de Snecma. Les variables d'entrée étant les jeux en tête d'aubage et la variable de sortie étant une grandeur globale de la turbomachine comme le taux de compression ou le rendement avec comme perspective un papier sur le sujet lors de l'ASME turbo expo 2012.

Chapitre 8

Présentation du CERFACS

Le CERFACS (Centre Européen de Recherche et de Formation Avancée en Calcul Scientifique) est un centre de recherche dont l'objectif est de développer des méthodes de simulation numérique avancées ainsi que les solutions algorithmiques qui adressent les plus grands problèmes scientifiques et techniques abordés dans la recherche publique et industrielle, ces simulations numériques requièrent l'utilisation des moyens de calcul les plus puissants. Le CERFACS est dirigé par un Conseil de Gérance dont les membres sont issus de chacun de ses actionnaires, il bénéficie par ailleurs des recommandations de son Conseil Scientifique.

Le CERFACS a sept actionnaires : Le CNES, centre national d'études spatiales ; EADS France, European Aeronautic and Defence Space company ; EDF, Electricité de France ; Météo-France, L'ONERA, centre français de recherche en aéronautique ; SAFRAN, groupe international de haute technologie, TOTAL, multinationale dans le domaine de l'énergie. Le CERFACS héberge des équipes inter-disciplinaires, adressant à la fois le domaine de la recherche et de la formation avancée, composées de : physiciens, mathématiciens appliqués, analystes numériques et ingénieurs logiciels.

Environ 115 personnes travaillent au CERFACS dont plus de 95 chercheurs et ingénieurs issus de 10 pays différents. Cinq domaines de recherche sont couverts au CERFACS :

l'algorithmie parallèle et le couplage de code

l'aérodynamique , la combustion et les turbines à gaz dans lequel se situe cette étude

le climat et l'impact environnemental

l'assimilation de données

l'électromagnétisme

Bibliographie

- [1] Marc Pirlot, *Statistique*. Faculté Polytechniques de Mons, Mons, 2005.
- [2] Philippe Saucez, *Analyse Numérique*. Faculté Polytechniques de Mons, Mons, 2006.
- [3] Rob Carnell, *An Example of Augmenting a Latin Hypercube*, 2007.
- [4] René Pecnik, Jeroen A.S. Witteveen et Gianluca Iaccarino, *Uncertainty quantification for laminar-turbulent transition prediction in RANS turbo-machinery applications*. Stanford University, Stanford CA, 2011.
- [5] J. Christophe, S.Moreau, C.W. Hamman, J.A.S. Witteveen and Gianluca Iaccarino, *Uncertainty quantification for the trailing-edge noise of a controlled-diffusion airfoil*, 2010.
- [6] Jordan Ko, Didier Lucor and Pierre Sagaut, *Sensitivity of two-dimensional spatially developing mixing layers with respect to uncertain inflow conditions*, 2008.
- [7] J. Laurenceau and P.Sagaut, *Building efficient response surface of aerodynamic functions with Kriging and Cokriging*, 2008.
- [8] Didier Lucor, Johan Meyers and Pierre Sagaut, *Sensitivity analysis of large-eddy simulations to subgrid-scale-model parametric uncertainty using polynomial chaos*, 2007.
- [9] Lionel Mathelin and M. Yousuff Hussaini, *A stochastic collocation algorithm for uncertainty analysis*, Florida State University, Tallahassee, Florida, 2003.
- [10] Jeroen A.S. Witteveen, Gianluca Iaccarino, *Simplex elements stochastic collocation in higher-dimensional probability spaces*, Center for Turbulence Research, Stanford University, Stanford, 2010.
- [11] Didier Lucor, Johan Meyers and Pierre Sagaut, *Sensitivity analysis of large-eddy simulations to subgrid-scale-model parametric uncertainty using polynomial chaos*, 2007.
- [12] Didier Lucor, Jordan Ko and Pierre Sagaut, *Sensitivity of two-dimensional spatially developing mixing layers with respect to uncertain inflow conditions* UPMC, Paris, 2008.
- [13] Eric Gourgoulhon, *An introduction to polynomial interpolation* Meudon, 2005.
- [14] R. Mohan Srivastava, *Mathematical geosciences* , 1986