

De la diversité des explications à l'unicité de la compréhension — Une approche mathématique

Françoise Chaitin-Chatelin, chatelin@cerfacs.fr
CERFACS et Université Toulouse 1

L'homme est un roseau pensant.
B. Pascal

Qu'est-ce que la Réalité ?

C'est la question philosophique par excellence, celle qui hante l'humanité depuis l'aube des temps : « qui sommes-nous ? pourquoi sommes-nous sur Terre ? où allons-nous ? »

Or la Réalité nous échappe :

1) elle échappe à nos sens autant que le monde aérien échappe aux poissons,
2) elle échappe à notre esprit à la manière dont un téléspectateur ne peut regarder qu'une chaîne à la fois. A ceci près que le téléspectateur peut disposer du programme global (fini) pour faire son choix, ce qui n'est pas le cas dans la vie. La réalité physique semble y dominer et ne permettre, au mieux, qu'un accès limité à d'autres réalités, sauf cas *très* exceptionnels.

La question « L'univers a-t-il une existence en soi, ou n'est-il qu'une construction de l'esprit humain ? » ne peut être tranchée ni logiquement, ni par l'expérience sensorielle seule. Or ce sont les deux voies communément explorées en Occident par la Science et la Philosophie respectivement, les deux seules voies qualifiées de respectables. La 3^e voie, la voie de la communion mystique, de la participation (le « daimon » de Socrate) si universellement

pratiquée dans l'Antiquité, a été peu à peu écartée, ostracisée en Occident. Elle est totalement décriée au 21^e siècle comme hallucinatoire, ce qui n'exprime qu'une opinion.

Est-ce bien sage ? Voici le témoignage d'un mathématicien de la 1^e moitié du 20^e siècle, Tobias Dantzig, extrait de « Le Nombre, Langage de la Science », A. Blanchard, Paris 1974, p. 232 :

« L'homme de science agira *comme si* le monde était un ensemble absolu, régi par des lois indépendantes de ses propres actes ou pensées : mais, toutes les fois qu'il découvrira une loi d'une simplicité frappante, ou bien d'un caractère d'universalité irrésistible, ou encore une loi qui aboutisse à l'harmonie parfaite de l'univers, il sera sage pour lui d'examiner le rôle que son esprit a joué dans la découverte et de rechercher si l'image magnifique qu'il voit dans le lac de l'éternité révèle la nature de cette éternité, ou si ce n'est qu'une image réfléchie de son propre esprit. » (1930)

Il est illusoire (quoique efficace) de maintenir éternellement séparés le monde extérieur (baptisé réalité objective) et le monde intérieur (ou réalité subjective) qui sont unis par la vie comme le jour et la nuit.

Une science objective peut, un jour ou l'autre, rencontrer ses propres limites sous forme de paradoxes logiques : indice de la résistance passive de la vie à la mise en fiches axiomatique. Deux paradoxes célèbres ont été découverts presque simultanément au 20^e siècle : la mécanique quantique (1920) et le théorème d'incomplétude de Gödel (1930), sans prise en compte sérieuse de leurs conséquences épistémologiques pour l'instant (G. J. Chaitin).

Or il n'est guère de paradoxe sans utilité, nous dit Leibniz. Le paradoxe de la science objective, de la technoscience (toujours plus, plus loin, plus vite, plus nombreux, la quantité au détriment de la qualité) peut être dépassé par un élargissement du point de vue. Ecouter d'un même regard le monde intérieur de la connaissance et le monde extérieur des savoirs afin que leur dialogue nous enseigne la vie.

Les Mathématiques, langage de la Vie, c'est à dire langage de l'esprit humain

Les Mathématiques sont, tout comme la Poésie, une tentative de l'homme pour décrire le monde qu'il voit et qu'il ressent, le monde extérieur bien sûr, mais aussi, et sans doute principalement, le monde intérieur. C'est ce qui explique le rôle fondamental joué par la *beauté* en mathématiques (notion très étrangère à la technoscience) : « Il n'est d'existence que provisoire pour des mathématiques sans beauté » (G. H. Hardy, 20^e siècle). La dichotomie du monde de l'esprit en monde intérieur / monde extérieur trouve de nos jours un écho gauchi dans la distinction mathématiques pures / appliquées. Mais l'Occident, par la révolution scientifique au 17^e siècle, a opté pour les secondes au détriment des premières. Les mathématiques appliquées, appuyées sur le puissant outil qu'est devenu l'ordinateur, sont au coeur de la technoscience. C'est un tel déluge de nombres dans les laboratoires que les résultats d'ordinateur sont analysés automatiquement, par intelligence « artificielle », le plus sûr moyen de ne rien détecter de nouveau qui viendrait contredire l'axiome de départ : la nature est une machine / marchandise dont on peut tirer profit sans état d'âme (Francis Bacon, 16^e siècle).

Cette approche est terriblement efficace pour analyser un monde inanimé, réifié. Au nom du « progrès », l'autre nom du profit, elle fait émerger un monde de plus en plus aliéné à la technique, d'où l'inexprimable de la vie est progressivement chassé. Faut-il s'étonner si l'homme de la rue n'est pas chez lui dans ce monde instrumentalisé, et si nos enfants détestent ces « maths modernes » dont on les abreuve, sans les éclairer ?

La vision « moderne » des mathématiques trouve sa source dans la pensée occidentale du 19^e siècle. Siècle colonisateur imbu de la supériorité de l'homme blanc, siècle scientifique dont la philosophie totalisante allait faire les ravages sociaux que l'on sait au 20^e siècle (eugénisme). Notre vision actuelle sur l'origine et le rôle des mathématiques est très influencée par la réécriture historique réalisée au 19^e siècle. D'après les historiens reconnus, les mathématiques n'auraient d'autre origine qu'une nécessité administrative (compter ses biens, récoltes et bétail ; arpenter pour redistribuer les parcelles après les crues du Nil...) avant de devenir une simple technique de calcul dans l'Europe des marchands (16^e siècle), prélude à la marchandisation du monde au 20^e siècle.

Sans doute... , mais pourquoi passer sous silence, systématiquement, la

passion de connaître (*libido sciendi*), le désir jamais satisfait d'arriver à exprimer l'ineffable dont porte encore la trace la légende racontant la mort du géomètre Thalés de Milet noyé dans un puits à trop regarder les étoiles. Quel historien a sérieusement réfléchi à la question : « pourquoi la base 60 à Sumer au 3^e millénaire avant JC » ? La réponse classique donnée pour la base 10 — à cause des 10 doigts des mains — est un peu courte pour 60 ! Et pourtant, il y a 60 minutes dans une heure et 3 angles de 60° dans un triangle équilatéral.

Le succès même de la technoscience impose de réfléchir *philosophiquement* à la question : les mathématiques sont-elles la seule voie d'accès à la connaissance ? Et à l'encontre de l'opinion qui prévaut à l'orée de ce siècle, la réponse est évidemment non. Ni les mathématiques, ni la raison ne sont nécessaires. Leur émergence découle de la singularité du « miracle grec ». Quelque part au Sud de l'Italie au 6^e siècle avant JC, Pythagore de Samos inventa la Philosophie et les Mathématiques, promises au succès que l'on sait. Pythagore fit plus, il inventa le Nombre sous son aspect *qualitatif*, chargé de *sens*, bien différent du simple aspect quantitatif résultant du calcul arithmétique (la logistique des Grecs). Tout aussi remarquables sont les autres civilisations, telles la Chine ou l'Inde, l'empire inca ou les peuples sibériens, etc., qui disent l'infinie variété des voies de connaissance.

Le Nombre, moteur de l'évolution du Sens

L'esprit humain construit son « *imago mundi* » centrée sur le moi sous la forme double :

- i*) d'un monde extérieur correspondant à la réalité physique perçue, *et*
- ii*) d'un monde intérieur correspondant à la réalité émotionnelle ressentie.

Seule une petite partie de cette image du monde est perçue par la conscience innée, laissant le champ libre à la dynamique inconsciente entre mondes intérieur et extérieur. Le but du *Jeu de la Vie* est, pour l'être humain, d'accéder, par la croissance interne, à la connaissance consciente de son monde intérieur afin de vivre en pleine conscience (*connais-toi toi-même, Socrate*).¹

¹Seuls les mécanismes de croissance externe (physique et mentale), donc visible, sont innés. La croissance interne (spirituelle) non visible est **optionnelle**, laissée au choix de chaque être humain. Les plus récents travaux scientifiques en paléontologie, physiologie et biologies animale et végétale tendent à confirmer ce savoir traditionnel de l'humanité.

Les Mathématiques, langage de la Vie et langage de l'esprit humain, permettent d'élucider les mécanismes à l'oeuvre dans le Jeu de la Vie. Elles rendent explicite la thèse de Pythagore : tout est Nombre, de la manière suivante :

Les Nombres et leur dynamique sont le principe par lequel l'esprit humain construit et *modifie* les réalités, intérieure et extérieure, de son monde afin d'accéder à sa plénitude.

Comprendre ou expliquer ?

Dans le langage courant, on ne fait guère de différence entre ces deux mots. La Science décrit des savoir-faire, dévoile un ensemble de recettes éprouvées à valeur prédictive dans le but d'agir sur le monde extérieur. Grâce à Newton, on sait lancer des satellites. La Science *explique* (déploie ce qui était replié). Elle accroit les savoirs mais pas la connaissance, la *co*-naissance. La Science ne se préoccupe pas de *comprendre* (prendre avec, faire sien). Pas plus aujourd'hui qu'en 1920 on ne comprend la Mécanique Quantique, mais les nanotechnologies se développent à vue d'oeil.

Comprendre, c'est le domaine de la Philosophie, ou des Mathématiques, plus généralement de ce qui relève de l'**Être**. Tout enseignant sait bien que ses explications, aussi claires soient-elles, ne seront comprises que par l'élève qui saura les faire siennes, soit par une lente assimilation découlant d'un patient effort de répétition, soit, plus rarement, dans un accès de conscience immédiate, tel un éclair dans la nuit. Dans les deux cas, progressif ou immédiat, le phénomène reproduit, à l'octave supérieur, ce qui est à l'oeuvre lorsque le corps physique digère (fait sien, s'approprie) la nourriture qui lui a été donnée.

Il s'agit d'intégration, de faire un avec. Une juste appréciation de ce fait ne devrait-elle donc pas conduire à une réévaluation positive de la 3^e voie, la voie du Un, la voie de la connaissance par l'expérience dont parlent les mys-

L'homme est un mammifère né très prématuré, à croissance externe comparativement très lente. L'évolution de son cerveau est plus proche de la biologie du développement végétal qu'animal. Ceci a pour effet de laisser libre en permanence l'option de la croissance interne vers la conscience.

Cf. G. N. Amzallag (2003), *L'homme végétal*, Albin Michel ; A. Dambricourt-Malassé (2000), *La légende maudite du 20^e siècle. L'erreur darwinienne*, La Nuée Bleue.

tiques de toutes les époques, sous toutes les latitudes (M. Hulin, La Mystique Sauvage, PUF 1993).

La double spirale du Sens, qualitatif et quantitatif

A chaque monde, intérieur ressenti ou extérieur perçu, est associé un mode de pensée pour l'esprit, mode réceptif ou mode actif.

1) Le mode actif (dynamique) est de type discret, algébrique, quantitatif; il utilise un *temps* linéaire, analogue au temps physique des horloges, pour calculer de manière mécanique comme un ordinateur et fournir une réponse (action) en un temps fini, selon le programme à 2 dimensions de la pensée.

2) Le mode réceptif (statique ou réactif) est de type continu, géométrique, topologique autant qu'algébrique; il utilise *l'espace* intérieur de la pensée à 3 dimensions, afin de dégager le sens de la réaction émotionnelle interne, consécutive à une action du monde extérieur vers l'*être* humain (le moi). Ce mode réactif est ouvert et donne accès à l'intuition, source de la créativité que tout être humain incarne.

La 3^e direction, la direction perpendiculaire au plan de la pensée pour l'action (mental), indique la direction de la croissance interne, le sens de l'intégration en cours. Cette direction peut être choisie consciemment, ou déterminée par l'inconscient.

L'esprit se pense alternativement selon le mode actif (+, fermé, tendu vers un but) ou réceptif (−, ouvert sur l'environnement). Cette alternance entre action et invention (ou imagination) permet la *synthèse qualitative* $1 \rightarrow 1^+$ qui marie le calcul algébrique et la géométrie. Cette synthèse permet, à partir du sens de départ (1), l'émergence d'un *sens nouveau* (1^+) plus riche. Elle résulte de propriétés arithmétiques liées à la *multiplication* hypercomplexe de Nombres — vecteurs de dimension 2^k , $k \geq 1$. Dans les mathématiques, la synthèse globale qui réalise l'harmonie universelle de Leibniz requiert l'infinité des dimensions 2^k , où k appartient à la suite des entiers naturels $1, 2, 3, \dots$. Sauf exception, cela n'est réalisé par la conscience que de manière approchée, mais toujours très exactement par l'inconscient (La Recherche 2003, n° 366, Les frontières de la conscience).

Chaque dimension 2^k est comprise par la monade leibnizienne associée à l'être humain, définie par ses 3 composantes :

- 1) le plan de la pensée rationnelle, ou plan du mental, associé aux nombres complexes de dimension 2 ($k = 1$),
- 2) le cadre explicatif de la vie matérielle ou physique avec ses 4 catégories : Temps, Espace, Symbole, Sens, associées aux quaternions de dimension $4 = 2^2$ ($k = 2$),
- 3) le cadre intuitif de l'intégration des mondes intérieur et extérieur par le moi, associé aux octonions ou octaves de dimension $8 = 2^3$ ($k = 3$).

Cette monade à 3 composantes, représente le corps vivant dans toutes ses dimensions innées (3 physiques et 11 imaginaires, $2 + 4 + 8 = 14 = 3 + 11$). Elle est *conservative* pour la multiplication : la mesure d'un produit est toujours égal au produit des mesures.

A partir des hexadecanions, les nombres de dimension $16 = 2^4$ ($k = 4$), il n'y a plus conservation de la mesure. Il est possible que le produit de deux nombres non nuls soit zéro ! L'imagination prend le pouvoir pour $k \geq 4 \dots$ L'existence de diviseurs de zéro permet à l'invention de se déployer sous la forme double : dissipation / création. Grâce à l'imagination, l'être humain est *sans limite* ($k \geq 4$). Il est compris par la monade (le corps humain) grâce à la méthode de descente de Fermat, que les logiciens / informaticiens modernes nomment récursivité !

Le corps humain, que les Grecs appelaient *Logos*, peut être vu comme le filtre et le médiateur de l'esprit, ce qui permet de synthétiser le simple continu à partir du complexe discret. Grâce au corps, l'esprit incarné enrichit sa palette de couleurs jamais vues, son vocabulaire de concepts nouveaux, et son entendement de sons inouis.

Chacun comprend que cette démarche *qualitative* ne doit pas être confondue avec la réduction analytique à visée *quantitative* que pratique la Science occidentale. La démarche qualitative se situe après et au delà de la Science, permettant d'accéder, par la Philosophie, à la connaissance de Soi.

On comprend aussi comment, partant d'un point de vue « égoïste » (centré sur le moi), on peut, petit à petit, faire émerger à la conscience des notions de l'ordre de l'éthique et de l'écologie, en intégrant un environnement initialement perçu comme extérieur, et toujours plus global : famille, communauté, nation, humanité, nature, système solaire, Voie Lactée, ... On comprend pourquoi « Science sans conscience n'est que ruine de l'âme » (Rabelais). Enfin, puisqu'il n'y a aucune limite à l'imagination, aucune théorie axiomatique (donc fermée) du Tout n'est possible. L'exploration par l'esprit de la profondeur de l'Univers qu'est l'Être humain est sans fin, qui fait peu à peu émerger la Multiple Splendeur du Un.